

Calibrage de la PD

IFRS 9

Note méthodologique

Andy SOOBEN, Consultant Confirmé Nexialog Consulting
Rodrigue DJOMMOU FOUEKA, Consultant Confirmé Nexialog Consulting
Thierry KENGNE, Senior Manager, Nexialog Consulting

Table des matières

1. Introduction	3
2. Définition du défaut	4
3. Segmentation utilisée (Risk - Differentiation)	5
3.1. Modèle de classification/Scoring	5
3.2. Dossiers validés non décaissés	5
4. Méthodes de calibrages de la PD	6
4.1. Transformation directe des PD TTC en PD PIT	6
4.2. Approche structurelle de type Merton-Vasicek	6
4.3. Implémentation économétrique	7
5. Calibrage de la PD – Merton Vasicek	8
5.1. Introduction du paramètre de probabilité de défaut (PD)	8
5.2. Construction matricielle	9
5.2.1. Construction des matrices de migrations.	9
5.2.2. Construction de la matrice TTC	10
5.3. Modèle économétrique de projection des taux de défauts.	11
5.3.1. Calcul de la série historique du taux de défaut	11
5.3.2. Scénarios économiques	12
5.3.3. Modèle économétrique de projection	12
5.4. Ajustement du Forward Looking	12
5.4.1. Aspects théoriques	13
5.4.2. PD Term Structure	14

1. Introduction

L'introduction de la norme IFRS 9 marque un changement majeur dans l'approche de la comptabilisation des pertes de crédit attendues. Contrairement au modèle incurred loss applicable sous IAS 39, IFRS 9 repose sur une vision prospective (forward-looking) du risque de crédit et impose la prise en compte du Lifetime Expected Credit Loss (ECL) pour les expositions dont le risque s'est significativement détérioré, correspondant à ce que la norme définit comme SICR (Significant Increase in Credit Risk). Cette évolution rend nécessaire l'intégration d'informations historiques, présentes et futures, notamment à travers des scénarios macroéconomiques.

Au cœur de ce dispositif, la modélisation de la Probabilité of Default (PD) IFRS 9 constitue un élément central. Elle requiert une segmentation pertinente permettant de capturer l'hétérogénéité des comportements de défaut, ainsi qu'une calibration rigoureuse garantissant la cohérence entre données observées et projections. La gestion du passage de Stage 1 à Stage 2, via l'identification d'une SICR, s'inscrit également comme un aspect structurant, influençant directement l'horizon temporel de la PD et de l'ECL associée.

La présente note se concentre principalement sur la quantification du risque et plus spécifiquement sur la calibration de la PD IFRS 9, en précisant les choix méthodologiques, les hypothèses retenues et les éléments techniques permettant d'obtenir des estimations robustes, stables et conformes au cadre normatif.

2. Définition du défaut

La définition prudentielle du défaut, telle qu'établie dans le cadre réglementaire européen (CRR / CRR3) et conforme aux standards de Bâle III, constitue un élément fondamental pour la mesure et la gestion du risque de crédit. Cette définition, homogénéisée à travers la « Nouvelle Définition du Défaut » (NDoD), vise à assurer la cohérence des pratiques entre établissements et à cadrer précisément les situations dans lesquelles un emprunteur doit être considéré comme défaillant au sens prudentiel.

Selon cette définition, un débiteur est classé en défaut dès lors qu'une des deux conditions suivantes est remplie : (1) la banque juge qu'il est improbable que le débiteur honore l'intégralité de ses obligations sans recours à des actions telles que la réalisation de garanties ; ou (2) le débiteur présente un arriéré de paiement significatif depuis plus de 90 jours sur une obligation de crédit. L'arriéré significatif constitue ainsi un critère explicite et quantifiable, complétant le jugement expert fondé sur des signes qualitatifs de détérioration.

La notion d'arriéré significatif introduit deux seuils complémentaires : un seuil absolu et un seuil relatif. Le seuil absolu est fixé à 100 € pour les expositions de détail (retail) et 500 € pour les expositions non-retail (corporate). Le seuil relatif, commun aux deux segments, correspond à un arriéré atteignant au moins 1 % du montant total des expositions du débiteur. L'arriéré ne devient donc déclencheur de défaut que si ces deux seuils sont franchis simultanément, garantissant une appréciation cohérente et proportionnée du risque.

Une distinction importante existe entre portefeuilles corporate et retail, principalement au niveau du seuil absolu d'arriéré. Pour les entreprises (non-retail), l'arriéré doit dépasser 500 €, tandis que pour les clients particuliers, le seuil est réduit à 100 €. En dehors de cette différence, les principes d'identification du défaut — y compris son application au niveau de l'emprunteur ou du groupe d'obligors — restent communs. Le classement en défaut d'un débiteur entraîne par ailleurs la mise en défaut de l'ensemble de ses engagements, conformément au principe de contagion interne.

Le retour à un statut sain après un défaut n'est possible qu'après une période probatoire minimale, généralement fixée à trois mois suivant la régularisation de la situation, et sous réserve que le débiteur ne présente plus aucun signe d'improbabilité de paiement. Cette période vise à s'assurer que l'amélioration observée n'est pas temporaire et que le risque de défaut est effectivement résorbé de manière durable.

Ainsi définie, la NDoD constitue une base essentielle pour la modélisation des paramètres de risque (PD, LGD, EAD), la calibration des modèles internes et le reporting prudentiel. Elle garantit une identification harmonisée des défauts et permet aux établissements financiers de disposer d'une base de données robuste et cohérente pour l'analyse et la projection du risque de crédit.

3. Segmentation utilisée (Risk - Differentiation)

A titre de rappel, sur les portefeuilles en IRB et par souci de convergence, la segmentation IRB peut être utilisée dans le cadre de IFRS9.

3.1. Modèle de classification/Scoring

Pour évaluer le niveau de risque de défaut d'un contrat, en fonction de ses caractéristiques, un modèle de classement ou score sera utilisé pour estimer le risque à la date de reporting et à l'origine. Le scoring peut être défini simplement comme étant la technique consistant à construire une formule mathématique qui lie les caractéristiques des demandeurs de crédits à leurs solvabilités. Cette formule est généralement développée à partir des données caractéristiques historiques sur les emprunteurs et leurs comportements historiques en ce qui concerne leur capacité à honorer leurs engagements de crédit. Une fois la grille de score développée, les établissements de crédit mettent en place des règles de décisions d'octroi basées sur cette grille.

Les classes homogènes de risque (CHR) dérivant de ces modèles de scoring serviront d'input pour les matrices de migrations.

La classe homogène de risque est un concept utilisé principalement dans le cadre de la gestion du risque de crédit, de la comptabilité selon IFRS 9 et des exigences prudentielles (Bâle III), notamment pour le calcul des pertes de crédit attendues (*Expected Credit Losses* - ECL).

Une classe homogène de risque désigne un groupe d'actifs financiers ou de contreparties présentant des caractéristiques de risque de crédit similaires, permettant de les traiter de manière collective dans les modèles d'évaluation du risque.

L'objectif est de construire les CHR EST DE faciliter la modélisation et l'estimation des pertes attendues quand il n'est pas possible (ou pas pertinent) d'évaluer chaque exposition individuellement. Cela permet :

- Une meilleure représentativité statistique
- Une cohérence dans les hypothèses utilisées
- Une standardisation du traitement pour les expositions comparables

Dans une institution financière (notamment une banque), l'équipe de modélisation (LOD1) est responsable du développement et de la documentation des différents modèles de scoring ; une autre équipe (LOD2) est chargée de faire la validation de ces modèles.

3.2. Dossiers validés non décaissés

Pour certains produits, un délai peut exister entre la conclusion de l'accord de prêt entre la banque et l'emprunteur et le versement effectif des fonds. Pendant cette période, ces prêts sont comptabilisés comme des expositions hors bilan. Conformément à la norme IFRS 9, ces engagements doivent faire l'objet d'une provision, la banque étant contractuellement engagée. Les paramètres utilisés pour leur évaluation sont alors ceux applicables aux « nouveaux prêts », de sorte que la provision reflète le niveau de risque des crédits les plus récemment octroyés.

4. Méthodes de calibrages de la PD

Le calibrage de la Probabilité de Défaut (PD) en norme IFRS 9 vise à estimer une PD point-in-time (PIT) et prospective, qui reflète à la fois les conditions économiques actuelles et futures. Plusieurs approches sont utilisées pour transformer une PD Through-The-Cycle (TTC) en une PD PIT ou pour calibrer directement la PD PIT. Voici les principales méthodes qu'on peut retrouver dans la littérature.

4.1. Transformation directe des PD TTC en PD PIT

La transformation d'une probabilité de défaut Through-the-Cycle (PD_{TTC}) en probabilité de défaut Point-in-Time ($PD_{Pit,t}$) s'appuie sur l'idée que la PD observée à un instant t peut être exprimée comme un ajustement cyclique appliqué à la PD moyenne de long terme. On modélise généralement

$$PD_{Pit,t} = PD_{TTC} \times \alpha_t$$

où α_t est un facteur d'ajustement dépendant de l'état du cycle économique. Ce facteur peut être obtenu par régression sur des variables macroéconomiques :

$$\ln\left(\frac{PD_{Pit,t}}{PD_{TTC}}\right) = \beta_0 + \beta_1 X_{1,t} + \dots + \beta_k X_{k,t} + \varepsilon_t$$

avec $X_{i,t}$ représentant les variables macroéconomiques ou financières pertinentes sur le segment ou périmètre considéré (croissance du PIB, taux de chômage, spreads de crédit, etc.). Dans certains cas, l'approche repose sur le **mapping des migrations de notations** : on compare les taux de défaut observés par classe de notation à ceux attendus en régime TTC, puis on ajuste uniformément ou proportionnellement l'ensemble des PD par un facteur commun α_t . L'avantage de cette approche réside dans la conservation de la hiérarchie des risques entre classes de notation tout en introduisant la cyclicité nécessaire à IFRS 9.

4.2. Approche structurelle de type Merton-Vasicek

Dans le modèle de Merton (1974), la valeur des actifs d'un emprunteur V_A suit un mouvement brownien géométrique :

$$dV_A(t) = \mu_A V_A(t)dt + \sigma_A V_A(t)dW_t$$

Le défaut survient lorsque $V_A(t) < D$ avec D représentant la valeur actualisée des dettes à l'échéance T . La probabilité de défaut s'écrit alors :

$$PD_{PIT} = \Phi\left(\frac{\ln\left(\frac{D}{V_A(0)}\right) - (\mu_A - 0,5\sigma_A^2)T}{\sigma_A\sqrt{T}}\right)$$

où $\Phi()$ désigne la fonction de répartition de la loi normale standard.

Le modèle de Vasicek simplifie et généralise ce cadre en introduisant un facteur systémique $Z_t \sim N(0,1)$ et un facteur idiosyncratique $\varepsilon_t \sim N(0,1)$

$$U = \rho Z_t + \sqrt{1 - \rho} \varepsilon_t$$

Une des hypothèses du modèle de Merton-Vasicek est que l'emprunteur V_A fait défaut si sa composante inobservé U passe en dessous d'un certain seuil critique C .

$$P(U < C) = PD_{TTC}$$

Sous une hypothèse de PD_{TTC} inconditionnelle, la composante inobservée U suit une loi Normale $N(0,1)$. Le défaut survient donc lorsque $U < \Phi^{-1}(PD_{TTC})$. On obtient alors :

$$PD_{PIT,t} = \Phi \left(\frac{\Phi^{-1}(PD_{TTC}) - \rho Z_t}{\sqrt{1 - \rho^2}} \right)$$

Ce modèle permet d'ajuster automatiquement la PD TTC à l'état du cycle économique via Z_t , lequel est souvent estimé par une fonction linéaire des variables macroéconomiques :

$$Z_t = \gamma_0 + \gamma_1 X_{1,t} + \dots + \gamma_k X_{k,t}$$

C'est précisément ce formalisme qui est à la base des approches **Markov/Merton** utilisées dans les projections IFRS 9.

4.3. Implémentation économétrique

Dans une approche purement statistique, la PD PIT est estimée directement à partir des données historiques via un modèle de régression sur la probabilité de défaut observée. Le cas le plus fréquent est la régression logistique :

$$\text{logit}(PD_{PIT,t}) = \ln \left(\frac{PD_{PIT,t}}{1 - PD_{PIT,t}} \right) = \beta_0 + \beta_1 X_{1,t} + \dots + \beta_k X_{k,t} + \varepsilon_t$$

Les variables $X_{i,t}$ incluent des indicateurs microéconomiques (notation interne, ratios financiers, ancienneté de la ligne de crédit) et macroéconomiques (PIB, chômage, taux de défaut sectoriel).

Une variante consiste à utiliser un modèle probit :

$$PD_{PIT,t} = \Phi(\beta_0 + \beta_1 X_{1,t} + \dots + \beta_k X_{k,t})$$

Dans certains cas, notamment lorsque l'on cherche à intégrer la dimension temporelle, on recourt à un modèle de durée de type **Cox** :

$$\lambda(t|X_t) = \lambda_0(t) \exp(B^\Gamma X_t)$$

où $\lambda(t|X_t)$ est l'intensité de défaut conditionnelle et $\lambda_0(t)$ l'intensité de base. Cette approche permet une mise à jour dynamique des PD lorsque les conditions économiques évoluent, et convient particulièrement aux portefeuilles à maturité longue.

Dans le cadre de ce document, l'accent sera mis sur l'approche structurelle de type Merton-Vasicek, qui présente l'avantage de relier de manière explicite la probabilité de défaut au cycle économique via un facteur systémique.

Cette méthode repose sur une modélisation théorique robuste, permettant à la fois de conserver la cohérence avec les mesures TTC issues des systèmes de notation internes et d'introduire la sensibilité nécessaire aux conditions macroéconomiques courantes et prospectives, conformément aux exigences d'IFRS 9. En combinant la structure probabiliste du modèle de Merton avec le formalisme factoriel de Vasicek, il devient possible de dériver une formulation analytique simple reliant la PD TTC à la PD PIT sous différents scénarios économiques. Les développements qui suivent détailleront les fondements mathématiques de ce modèle, sa calibration empirique à partir de données historiques et la manière dont il peut être utilisé pour produire des projections Forward Looking cohérentes avec la méthodologie IFRS 9.

5. Calibrage de la PD – Merton Vasicek

5.1. Introduction du paramètre de probabilité de défaut (PD)

La probabilité de défaut est l'un des paramètres utilisés pour le calcul des provisions IFRS9. Nous devons estimer la probabilité de défaut à maturité (jusqu'à ce que l'échéance du contrat soit atteinte) pour chaque contrat du portefeuille (si le calcul du SICR se base sur la PD Lifetime, notamment). Ces probabilités seront déduites des matrices de migration PD sur 12 mois.

La probabilité de défaut représente le risque qu'un contrat soit en défaut dans un horizon de temps donné (à 1 an ou à 3 mois par exemple). La probabilité est définie comme le nombre de défauts sur le nombre de tous les cas possibles.

Dans la construction de ces matrices, la probabilité de défaut est mesurée sur les contrats présents sur tout l'horizon de la matrice :

- Nombre de contrats entrant en défaut dans les 12 mois ;
- Nombre de contrats sains en début de fenêtre et présents à la fin de fenêtre (en défaut ou non clos).

NB : De plus, lors du calcul de la probabilité de défaut, le défaut est considéré comme un état absorbant. Ainsi, c'est la probabilité d'entrer dans l'état défaut qui est mesurée. Tous les événements survenant après le défaut, y compris la probabilité de revenir à un état sain, seront pris en compte dans le calcul de la LGD.

5.2. Construction matricielle

Comme expliqué plus haut, la probabilité de défaut est déduite des matrices de migration ; en plus, comme requis par le régulateur, ce paramètre doit être ajusté avec les informations prospectives (Forward Looking). Dans cette partie nous allons présenter les différentes étapes de calcul de ce paramètre :

- Construction de la matrice de référence TTC (Through The Cycle) : Matrice de probabilité de migration.
- Construction de la série du taux de défaut et du modèle économétrique de la relation entre la série du taux de défaut et les variables macro-économique et financières.
- Transformation de la série temporelle du taux de défaut en série temporelle Z_t (modèle à un facteur - Vasicek) caractérisant la position dans le cycle du risque de crédit et un paramètre p caractérisant la sensibilité du périmètre à l'environnement macroéconomique.
- Projection de la position dans le cycle de crédit (Z_t) et des matrices de migration de notation PIT conditionnées au scénario.
- Construction des PD terms structures Forward-Looking cumulées au niveau de la classe homogène de risque.

La notion de **"Through The Cycle" (TTC)** renvoie à une période couvrant l'ensemble d'un cycle économique. Une matrice TTC vise ainsi à refléter le risque inhérent d'un portefeuille, indépendamment des fluctuations conjoncturelles. À l'inverse, la notion de **"Point In Time" (PIT)** correspond à une évaluation du risque tenant compte des conditions économiques actuelles.

5.2.1. Construction des matrices de migrations.

Les matrices de migrations en nombre sont construites à partir des règles suivantes :

- En début de fenêtre de la période, seuls les contrats sains sont considérés ; les contrats sont agrégés par classe homogène de risque (CHR) ;
- Les contrats récents qui pour l'instant n'ont pas de classe homogène de risque, sont classés dans une classe homogène de risque spécifique « NEW ».
- Un statut absorbant est considéré « Défaut ».
- Les contrats présents en début de fenêtre de la période et non à la fin de la période est considéré comme « Clos » (si ce n'est pas en défaut avant).

NB : Cette règle peut avoir un retraitement spécifique dans le cadre des migrations trimestrielles.

- Pour les contrats qui ne sont pas en « Défaut » durant les 12 mois d'observation et qui ne sont pas non plus « Clos » en fin de fenêtre, la CHR observée à la fin de fenêtre est considérée comme la CHR finale.
- La colonne « défaut » indique donc le taux de défaut par classe homogène de risque à 12 mois pour les contrats présents durant les 12 mois.
- Pour chaque ligne de matrice, la somme de toutes les colonnes doit être égale à 100%.
- Ci-dessous une illustration d'une matrice de migration pour un produit classique, avec 8 classes homogènes de risques (CHR) et une classe de risque « NEW ».

Tableau 1 : Illustration d'une matrice de migration pour un produit classique (Données fictives)

CHR	NEW	CHR8	CHR7	CHR6	CHR5	CHR4	CHR3	CHR2	CHR1	DEFAULT
NEW	0,0%	27,3%	16,1%	12,5%	26,3%	6,3%	6,0%	0,3%	0,2%	5,0%
CHR8	0,0%	93,3%	3,2%	0,3%	0,5%	0,2%	0,1%	0,8%	0,9%	0,7%
CHR7	0,0%	31,3%	57,2%	3,5%	3,3%	0,6%	0,3%	0,5%	0,7%	2,7%
CHR6	0,0%	9,6%	17,3%	51,3%	5,3%	3,2%	2,8%	2,3%	2,4%	5,8%
CHR5	0,0%	3,2%	15,2%	39,2%	15,3%	5,2%	6,2%	2,4%	4,3%	8,9%
CHR4	0,0%	2,3%	7,5%	23,7%	14,3%	10,2%	9,2%	6,3%	6,3%	20,2%
CHR3	0,0%	3,2%	6,5%	22,4%	11,2%	6,8%	8,3%	8,3%	7,5%	25,7%
CHR2	0,0%	3,1%	6,1%	11,2%	6,3%	5,1%	6,3%	11,2%	9,0%	41,6%
CHR1	0,0%	1,1%	2,6%	9,3%	4,2%	2,2%	2,4%	6,2%	10,3%	61,7%
DEFAULT	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	100,0%

Certains produits bancaires sont constitués des encours bilans et des encours hors bilan (appelé produit « **Revolving** ») : c'est le cas par exemple des cartes de crédits. Pour ces produits, il y a des CHR actives et des CHR inactives.

Ci-dessous une illustration d'une matrice de migration pour un produit Revolving, avec 3 classes homogènes de risques (CHR) inactives, une « NEW-Inactive » et 5 classes homogènes de risques (CHR) actives, et une « NEW-Active ».

Tableau 2: Illustration d'une matrice de migration pour un produit revolving (Données fictives)

CHR	INACTIVE-NEW	INACTIVE3	INACTIVE2	INACTIVE1	ACTIVE-NEW	ACTIVE5	ACTIVE4	ACTIVE3	ACTIVE2	ACTIVE1	DEFAULT
INACTIVE-NEW	0,00%	51,25%	32,12%	1,23%	0,00%	3,85%	2,15%	2,23%	5,26%	0,60%	1,31%
INACTIVE3	0,00%	83,23%	9,23%	5,23%	0,00%	0,56%	0,43%	0,36%	0,31%	0,24%	0,42%
INACTIVE2	0,00%	40,23%	41,02%	8,23%	0,00%	2,53%	2,13%	1,96%	1,75%	0,21%	1,93%
INACTIVE1	0,00%	32,12%	15,23%	19,23%	0,00%	12,23%	9,35%	1,23%	1,11%	0,56%	8,94%
ACTIVE-NEW	0,00%	66,23%	8,23%	0,53%	0,00%	6,23%	4,24%	3,25%	2,45%	1,25%	7,59%
ACTIVE5	0,00%	4,25%	6,32%	1,25%	0,00%	42,35%	15,32%	6,23%	3,22%	1,25%	19,81%
ACTIVE4	0,00%	3,75%	5,23%	1,86%	0,00%	27,52%	22,32%	6,52%	4,25%	3,52%	25,03%
ACTIVE3	0,00%	2,65%	3,25%	2,00%	0,00%	20,36%	18,52%	10,24%	8,23%	5,27%	29,49%
ACTIVE2	0,00%	2,15%	2,36%	2,52%	0,00%	10,85%	12,53%	6,52%	3,52%	2,45%	57,09%
ACTIVE1	0,00%	1,23%	0,53%	3,42%	0,00%	4,35%	4,56%	3,52%	2,32%	1,23%	78,84%
DEFAULT	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	100,00%

5.2.2. Construction de la matrice TTC

Pour construire la matrice TTC nous avons besoin de toutes les matrices de migrations historiques telles que présentées précédemment. Ainsi le maximum d'historique sera utilisé et la matrices TTC sera la moyenne de ces matrices de migration historiques.

Dans ce document, nous présenterons une méthode utilisée pour construire les matrices de migration annuelle.

Etape 1 : Construire les matrices de migration trimestrielles sur un horizon de 12 mois.

Etape 2 : Pour obtenir la matrice de migration annuelle, on multiplie les matrices de migrations trimestrielles.

Si le nombre de matrice de migration historique est insuffisante pour couvrir un cycle économique, un processus appelé « implication » ajustera la matrice moyenne pour la rendre représentative d'une vision de la TTC. Ce processus ne sera pas décrit dans ce document.

Dans la suite, nous supposons que le nombre de matrice historique permet de couvrir un cycle économique.

5.3. Modèle économétrique de projection des taux de défauts.

Pour introduire le Forward-Looking dans l'estimation de la probabilité de défaut IFRS9, un modèle économétrique est construit pour mesurer le lien entre la série historique des taux de défaut et les variables macroéconomiques.

Ainsi pour modéliser le taux de défaut, nous avons besoin de :

- La série historique de taux de défaut ;
- Les scénarios économiques.

5.3.1. Calcul de la série historique du taux de défaut

La série des taux de défaut historiques doit être calculée sur le maximum d'historique disponible ; ces taux doivent être trimestriels.

La formule ci-dessous montre la méthode de calcul du taux de défaut :

$$TAUX_DEFAULT_{TRIMESTRE(Q)} = \frac{Nombre\ de\ contrats\ en\ défaut_{(Q-4;Q)}}{Population\ saine_{Q-4}}$$

Avec :

- *Nombre de contrats en défaut_(Q-4;Q)* : Nombre de contrats sains à Q-4 et en défaut au moins une fois entre Q-4 et Q ;
- *Population saine_{Q-4}* : Nombre de contrats sains à Q-4 et [non clos à Q ou en défaut au moins une fois entre Q-4 et Q].

5.3.2. Scénarios économiques

Les scénarios économiques sont constitués de valeurs historiques et projetées des indicateurs macroéconomiques. Pour chaque institution financière, ces informations sont calculées par un département en charge des études macroéconomiques ; en général, pour les équipes de modélisation, les scénarios macroéconomiques sont un input directement reçu de ce département.

5.3.3. Modèle économétrique de projection

Les modèles développés doivent être conformes avec les standards de modélisation définies par l'institution financière (Banque). Pour chaque modèle développé, l'équipe de modélisation doit préparer une documentation complète du modèle comprenant au moins :

- Une statistique descriptive des séries modélisées ;
- La justification et la description du modèle retenu, ainsi que des tests effectués ;
- Les variables sélectionnées (avec les possibles transformations, coefficients associés et leurs significativité) ;
- La performance du modèle.

La validation finale du modèle de projection sélectionné sera réalisée ***par l'équipe de validation***, dans le cadre d'une revue initiale, au cours de laquelle des échanges sont prévus avec ***l'équipe de modélisation***.

Un modèle développé et validé peut être mis en production si l'exercice de backtesting annuel est validé.

Dans le cadre de la modélisation des séries de taux de défaut sur le portefeuille retail, les variables économiques suivantes doivent être analysées en priorité :

- ❖ Emploi :
 - Possible transformation YoY taux de croissance ;
 - Signe attendu du coefficient : Négatif (-) ;
- ❖ Chômage :
 - Possible transformation YoY taux de croissance ;
 - Signe attendu du coefficient : Positif (+) ;
- ❖ PIB :
 - Possible transformation YoY taux de croissance ;
 - Signe attendu du coefficient : Négatif (-).

5.4. Ajustement du Forward Looking

Conformément aux normes IFRS 9, le calcul de l'ECL doit intégrer le Forward Looking dans tous les paramètres utilisés. Nous nous intéresserons à l'intégration du Forward Looking sur le paramètre probabilité de défaut ; pour ce faire, un ajustement de la matrice de migration est nécessaire pour prendre en compte les informations attendues.

5.4.1. Aspects théoriques

(G.Magnou, 2018) propose la méthode de calcul de la valeur estimée de la probabilité de défaut en utilisant la méthode du modèle Vasicek. Fondamentalement, le modèle Vasicek convient à estimer la valeur des pertes sur risque de crédit. La méthode de Vasicek peut être utilisée pour décrire l'incertitude d'un événement (événement par défaut) dans le futur selon la probabilité de défaut du scénario existant. Cette méthode est une extension du modèle de Merton, dans lequel un actif contractuel fait défaut si à l'échéance, la valeur de l'actif passe en dessous de son obligation contractuelle. Ce modèle est utilisé par plusieurs banques pour appliquer l'ajustement du Forward Looking et construire les structures par terme de la probabilité de défaut IFRS9. Seul un rappel général des principaux éléments du modèle sera fait ici.

Considérons un portefeuille homogène de M emprunteurs avec une probabilité de défaut inconditionnelle notée PD.

La valeur d'actifs de l'emprunteur j est supposée obéir au processus suivant :

$$X_{j,t} = Z_t \sqrt{\rho} + \epsilon_{j,t} \sqrt{1-\rho}$$

Avec $Z_t, \epsilon_{j,t} \sim \mathcal{N}(0,1)$.

- La variable Z_t peut être interprétée comme **un facteur commun de portefeuille, tel qu'un indice économique**.
- Le terme $Z_t \sqrt{\rho}$ est l'exposition de la contrepartie au facteur commun ;
- Le terme $\epsilon_{j,t}$ représente le risque spécifique à la contrepartie j .

La probabilité de perte du portefeuille est l'espérance sur le facteur commun Z , de la probabilité conditionnelle donnée Z et est définie par :

$$PD_t = P(X_t < D_t) = \Phi(D_t)$$

Où $\Phi(\cdot)$ est la fonction de distribution cumulative de la distribution normale standard :

$$\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{t^2}{2}} dt$$

Cela peut être interprété comme supposant divers scénarios pour l'économie, déterminant la probabilité de perte de portefeuille donnée sous chaque scénario, puis pesant chaque scénario par sa probabilité. La probabilité de défaut conditionnelle au facteur commun z est définie par l'équation suivante :

$$\begin{aligned} PD_{t|Z_t} &= P(X_t < D_{t|Z_t}) \\ PD_{t|Z_t} &= \Phi\left(\frac{\Phi^{-1}(\overline{PD}) - Z_t \sqrt{\rho}}{\sqrt{1-\rho}}\right) \end{aligned} \quad (i)$$

- La quantité $PD_{t|Z_t}$ fournit la probabilité de défaut de prêt dans le scénario donné ;
- La quantité $\overline{PD}$ représente la probabilité de défaut inconditionnelle.

La probabilité de défaut inconditionnelle $\overline{PD}$ est la moyenne des probabilités conditionnelles sur les scénarios (taux de défaut historique), et ρ est la corrélation calculée comme suit :

$$\rho = \frac{V[\Phi^{-1}(PD_t)]}{1 + V[\Phi^{-1}(PD_t)]}$$

Le facteur commun Z_t est calculé en inversant l'équation de probabilité de défaut conditionnelle :

$$Z_t = \frac{\Phi^{-1}(\overline{PD}) - \sqrt{1-\rho} \Phi^{-1}(PD_t)}{\sqrt{\rho}} \quad (ii)$$

Lorsque la profondeur de l'historique ne permet pas de construire une matrice TTC, à partir des facteurs communs Z_t (historiques), le processus d'implication pour la matrice TTC est présenté par la formule suivante :

$$\overline{PD} = \Phi(\sqrt{1-\rho} \Phi^{-1}(PD_t) + Z_t \sqrt{\rho}) \quad (iii)$$

5.4.2. PD Term Structure

Après la construction de la matrice TTC et du modèle économétrique de projection de la série historique de taux de défaut, les PD Term Structure Forward Looking peuvent être construites ; cela représente les PD cumulées annuelles, par classe de risque, en tenant compte des ajustements du Forward Looking. Nous allons définir les différentes étapes « opérationnelles » pour la construction des PD Term Structure :

Etape 1 : construction d'une série de cycle complet de taux de défaut et d'un modèle économétrique pour modéliser cette série par les variables macroéconomiques ; pour l'ajustement du Forward Looking, les projections des variables macroéconomiques permettent de projeter les taux de défaut pour les trois prochaines années. Ces projections permettent de projeter les facteurs « Z » à partir de la formule (ii). Ces facteurs « Z » représentent la position attendue dans le cycle économique pour les 3 années.

Etape 2 : création d'une matrice moyenne à partir des matrices de migration (annuelles, trimestrielles utilisées pour construire les matrices annuelles) représentant une TTC ;

Etape 3 : si nécessaire, une implication de cette matrice moyenne est faite pour obtenir une matrice TTC représentative. Cela peut se produire si l'historique de la matrice de migration est trop court. Cette étape est réalisée en appliquant la formule (iii) ;

Etape 4 : A partir des Z projetés, la matrice TTC est ajustée, par année, pour les 3 prochaines années en appliquant une extension de la formule (i). Les matrices résultantes sont donc considérées comme PIT Forward Looking.

Tous les éléments taux de défaut projetés, Z projetés et les matrices PIT sont calculés pour chacun des scénarios économiques :

- Central ;
- Adverse ;
- Optimiste ;
- Extrême.

Etape 5 : la PD TERMS STRUCTURE est ensuite obtenue en multipliant les matrices PIT sur les 3 prochaines années puis la matrice TTC pour les années suivantes.

Nous allons présenter un exemple d'application détaillée des différentes étapes dans le fichier ci-dessous (lien ci-dessous). Pour cette application, nous supposons déjà réalisés les étapes 1, 2 (disponibilité des Z projetés et de la matrice TTC).



Dans cet exemple, nous construisons les projections de PD sur 20 ans pour un scénario avec un modèle de 9 classes homogènes de risques présentées ci-dessous.

