

Intégration des émissions de carbone dans l'allocation d'actifs

Nexialog Consulting

8 janvier 2024

Résumé

In this article, we delve into diverse asset allocation strategies, specifically incorporating climate constraints within the context of the French CAC 40 stock market. Our innovative approach revitalizes Markowitz's classic portfolio theory, with an added focus on the often-overlooked intricacies of portfolio rebalancing costs.

We emphasize the necessity of incorporating real-world financial considerations and highlight how our methodology aligns with and strengthens the principles of sustainable investing, thus offering a nuanced perspective on optimizing investment strategies in today's environmentally conscious financial landscape.

Table des matières

Introduction	3
I Contextualisation et Fondements	4
1 Perspectives Historiques d'Allocation d'Actifs	4
2 Approches Modernes de Quantification du Risque Climatique	4
3 Participation, ambition et crédibilité pour une stratégie d'alignement	9
4 Hypothèses et résultats de Markowitz	12
II Impact des Paramètres d'Allocation sur la Performance Historique et Climatique des Portefeuilles	15
1 Performance historique des actions du portefeuille	15
2 Performance climatique des actions du portefeuille	16
3 Impact des contraintes sur le profil de risque des portefeuilles	17
4 Impact des frais de transaction sur l'allocation du portefeuille	21
III Optimisation Multi-période et Backtesting	22
1 Allocation avec différentes contraintes	22
2 Analyse et prédiction des effets climatiques sur l'allocation des portefeuilles	22
3 Résultats empiriques du Backtesting	24
4 Impact des frais de transaction sur la performance des portefeuilles	30
IV Conclusion	32
Références Bibliographiques	33
V Annexes	34
1 Annexe A : Participation, ambition et crédibilité pour une stratégie d'alignement	34
2 Annexe B : Présentation de la Base de Données	37
3 Annexe C : Backtesting Climatique des portefeuilles	38

Introduction

Face à une augmentation sans précédent des émissions anthropiques de gaz à effet de serre, les conséquences du changement climatique deviennent de plus en plus palpables. Des organisations telles que le Groupe d'experts intergouvernemental sur l'évolution du climat (GIEC) ont mis en lumière les changements drastiques qui affectent nos systèmes humains et naturels, allant de la montée du niveau de la mer à l'extinction d'espèces.

Les marchés financiers, avec leur nature dynamique, sont directement influencés par cette réalité changeante. Si le bouleversement climatique présente de nouvelles avenues lucratives, comme le marché carbone en expansion, il pose également un défi aux méthodes traditionnelles d'allocation d'actifs. Avec l'adoption croissante de mécanismes tels que le Système d'Échange de Quotas d'Émission de l'Union Européenne (EU ETS) [5], le coût de la production industrielle est à la croisée des chemins entre les bénéfices potentiels et les coûts accrus.

Cette recherche vise à aborder cette intersection complexe. Elle retrace d'abord l'évolution historique de l'allocation d'actifs avant de se plonger dans les méthodologies contemporaines qui intègrent explicitement les risques climatiques. En utilisant le cadre de Participation, Ambition et Crédibilité (PAC) comme fondement, nous explorons comment des outils tels que l'optimisation de Markowitz peuvent être révisés à la lumière des contraintes climatiques.

Avec une combinaison d'analyse de performance et d'optimisation multi-période (MPO), nous examinons comment différentes variables influencent l'allocation d'actifs optimale dans un contexte de changement climatique. Nos résultats visent à informer et outiller les gestionnaires d'actifs pour une prise de décision éclairée dans ce paysage financier en mutation.

Première partie

Contextualisation et Fondements

1 Perspectives Historiques d'Allocation d'Actifs

L'allocation d'actifs concerne la recherche de stratégies pour investir de l'argent sur les marchés financiers. Elle vise à répondre à cette question : comment peut-on investir 1€ dans un ensemble donné d'actifs de la meilleure manière possible ? Cette définition implique plusieurs choses. Par exemple, l'univers de l'investissement est limité, comme seuls les actifs de la même devise ou d'un seul type sont considérés. L'idée d'investir 1€ est pour trouver un poids pour chaque actif, sans avoir à considérer le montant que l'investisseur possède. Les termes "de la meilleure manière possible" signifient également qu'il faut trouver des critères d'optimisation. Les différentes techniques diffèrent selon la manière dont elles définissent ces critères.

La première technique de sélection de portefeuille que nous examinerons a été proposée par **Markowitz** [11] en 1952. Bien que cette approche ait été publiée il y a plus de 70 ans, elle est toujours largement utilisée. Elle vise à minimiser la variance d'un portefeuille pour un rendement fixe donné ou, de manière équivalente, à maximiser le rendement d'un portefeuille pour une volatilité fixe donnée. Les gestionnaires d'actifs peuvent construire une frontière efficiente : pour chaque volatilité possible, ils trouvent les rendements associés au portefeuille de Markowitz. La volatilité est considérée comme un risque. Une autre façon de voir cela est de considérer que l'utilité de l'investisseur est maximisée en fonction des rendements attendus et du risque que l'investisseur est prêt à prendre. Ce risque dépend de l'aversion au risque de l'investisseur. Une aversion élevée au risque signifie une faible tolérance au risque. Les rendements du portefeuille optimal augmentent lorsque l'aversion au risque de l'investisseur diminue. En d'autres termes, chaque risque pris doit être récompensé par une prime. Ainsi, la frontière efficiente devrait être strictement croissante.

2 Approches Modernes de Quantification du Risque Climatique

Les émissions de gaz à effet de serre (GES) d'une entreprise sont souvent considérées comme une mesure du risque carbone. En effet, sur cette voie vers la neutralité carbone, les entreprises ayant d'importantes émissions pourraient voir leurs frais de production augmenter. Ces mesures sont faites en tonnes d'équivalent CO₂ (tCO₂e). Tous les GES sont pris en compte, mais ils sont ramenés à l'équivalent CO₂ selon leur potentiel en tant que GES. De plus, les émissions de GES d'une entreprise sont divisées en trois scopes. Le premier concerne les émissions directement produites par l'entreprise. Le second comprend les émissions dues à l'énergie utilisée lors de la production. Enfin, le Scope 3, quant à lui, englobe les émissions indirectes associées aux activités de l'entreprise, mais qui ne sont pas directement émises par celle-ci. À titre d'exemple, les émissions générées par le transport des produits, lorsque ce transport est externalisé à une autre entité, entrent dans cette catégorie.

Un problème majeur avec les émissions de carbone est qu'elles tiennent également compte de la taille de l'entreprise : une grande entreprise émettra plus qu'une plus petite. Mais les investisseurs pourraient être intéressés par des entreprises qui sont efficaces en ce qui concerne leurs émissions de carbone. L'intensité carbone répond à ce problème, c'est une mesure de la productivité carbone. Elle est définie comme les émissions de carbone divisées par la production d'une entreprise, cette dernière étant souvent mesurée par le revenu. Comme cette mesure est basée sur les émissions de carbone, les trois scopes décrits précédemment sont pertinents pour les intensités carbonées. Dans leur article, Le Genedal et Roncalli montrent que considérer les émissions de carbone d'un portefeuille ou son intensité n'est pas équivalent, principalement parce que les chiffres d'affaires peuvent différer les uns des autres.

Carbon Delta et MSCI ont également développé une mesure du risque climatique appelée "Climate

Value-at-Risk" [12], [3]. Elle prend en compte à la fois le risque de transition et le risque physique et mesure la possible perte de valeur de l'entreprise due à des événements physiques défavorables (risque physique) et à des changements dans les politiques publiques (risque de transition). L'information et l'accès à cette mesure du risque sont limités car elle est commercialisée, nous ne l'utiliserons donc pas.

Une manière plus sophistiquée d'évaluer le risque climatique est de construire un facteur de risque climatique et d'utiliser l'heuristique Fama-French [6] pour dériver un bêta carbone, ce qui a été fait par Gørgen et al. en 2020 [8], ils ont construit un score Brown-Green comme facteur de risque. Ce type de technique est prometteur car le facteur de risque peut prendre en compte de nombreux aspects du risque climatique en fonction de sa construction. Cette méthode pourrait donc mesurer le risque climatique de manière bien plus précise que les émissions ou intensités carbonées. Cependant, cette approche est trop compliquée pour être en accord avec les attentes de ce projet.

Toutes les mesures de risque précédentes ont une approche statique du risque climatique. On pourrait s'intéresser à l'atténuation des émissions de carbone plutôt qu'aux émissions de carbone directement ou à la dynamique du bêta carbone. Les trajectoires de transition carbone [10] et le bêta carbone variable dans le temps [14] sont deux approches possibles dépendant du temps. Toutefois, le manque de données associées à ces méthodes limite leur mise en œuvre dans le cadre de ce projet

Intensité carbone

Dans notre projet, nous évaluons le risque climatique associé aux entreprises en utilisant l'intensité carbone. Nous définissons l'intensité carbone d'une entreprise comme suit :

$$CI = \frac{CE}{Y}$$

Où CI est l'intensité carbone, CE est les émissions de carbone et Y est la production de l'entreprise, mesurée par son chiffre d'affaires.

On peut répartir l'intensité carbone d'une entreprise entre ses propriétaires, nous utilisons le taux de propriété. Si l'entreprise X est détenue à 30 % par le propriétaire A et à 70 % par le propriétaire B, alors 30 % de l'intensité carbone de l'entreprise est attribuée au propriétaire A et le reste au propriétaire B.

En reprenant notre exemple, si le propriétaire A détient également 40 % de l'entreprise Y, alors l'intensité carbone de son portefeuille serait de 30 % de l'intensité carbone de l'entreprise X et de 40 % de celle de l'entreprise Y. De manière plus générale :

$$CI^j = \sum_i \omega_i^j CI_i$$

Où CI^j est l'intensité carbone du portefeuille du propriétaire j, ω_i^j est le taux de propriété du propriétaire j dans l'entreprise i et CI_i est l'intensité carbone de l'entreprise i. Mais les gestionnaires d'actifs seraient intéressés à dériver l'intensité carbone d'un portefeuille à partir de ses poids (x_i) plutôt qu'à partir du taux de propriété (ω_i^j). Pour ce faire, nous utilisons l'égalité suivante ([10]) :

$$CI^j = \sum_i w_i CI_i$$

Où les poids w_i sont égaux à :

$$w_i = \frac{x_i \frac{Y_i}{MV_i}}{\sum_k x_k \frac{Y_k}{MV_k}} = \frac{x_i SR_i}{\sum_k x_k SR_k}$$

Avec MV_i étant la valeur boursière de l'entreprise i et $SR_i = \frac{Y_i}{MV_i}$ étant le ratio chiffre d'affaires sur prix de l'entreprise i.

Néanmoins, pendant ce projet, nous avons simplifié le problème en considérant que tous les ratios chiffre d'affaires sur prix étaient égaux. Ensuite, l'expression de w_i se simplifie à $w_i = x_i$

(rappelons que $\sum_k x_k = 1$). Ainsi, l'intensité carbone d'un portefeuille n'est rien de plus que la moyenne pondérée des intensités carbone de ses actifs :

$$CI^j = \sum_i x_i CI_i$$

Budget carbone

Le **budget carbone** désigne la quantité maximale de dioxyde de carbone qui peut être émise tout en restant dans une limite de température spécifiée. Ce concept est essentiel pour comprendre l'urgence et l'ampleur des réductions d'émissions nécessaires pour lutter contre le changement climatique.

Considérons la fonction $CE(t)$ qui représente les émissions de carbone à un moment t . L'intégrale

$$CB(t_0, t) = \int_{t_0}^t CE(s) ds$$

donne le budget carbone sur l'intervalle $[t_0, t]$.

Pour estimer le budget carbone sur un intervalle donné, nous pouvons utiliser les approximations de Riemann. Ces méthodes consistent à diviser l'intervalle en sous-intervalles réguliers et à utiliser des rectangles pour approximer l'aire sous la courbe.

Si nous utilisons l'approximation de Riemann à droite :

$$CB(t_0, t) \approx \Delta t \sum_{k=1}^m CE(t_0 + k\Delta t)$$

et pour l'approximation de Riemann à gauche :

$$CB(t_0, t) \approx \Delta t \sum_{k=0}^{m-1} CE(t_0 + k\Delta t)$$

où $m = \frac{t-t_0}{\Delta t}$ est le nombre d'intervalles.

Si

$$\frac{dCE(t)}{CE(t)} = R \tag{1}$$

avec R le rapport de réduction des émissions de carbone entre t_0 et t

$$CE(t) = e^{R(t-t_0)} CE(t_0), \tag{2}$$

alors l'expression pour le budget carbone est :

$$CB(t_0, t) = CE(t_0) \frac{e^{R(t-t_0)} - 1}{R}. \tag{3}$$

Il est à noter que si les émissions de carbone augmentent à un taux de croissance positif g , alors $R = -g$.

Tendance carbone

Modèle de tendance linéaire

Le modèle de tendance linéaire pour les émissions de carbone est défini par l'équation :

$$CE(t) = \beta_0 + \beta_1 t + u(t)$$

où $u(t)$ suit une distribution normale avec une moyenne de 0 et une variance σ_u^2 .

Après avoir effectué l'estimation, on obtient la condition initiale :

$$\hat{C}E(0) = \hat{\beta}_0$$

Lorsque nous considérons une année de base, notée t_0 , le modèle de tendance linéaire se transforme en :

$$CE(t) = \beta'_0 + \beta'_1(t - t_0) + u(t)$$

D'où découle les relations suivantes :

$$\begin{aligned} \beta'_0 &= \beta_0 + \beta_1 t_0 \\ \beta'_1 &= \beta_1 \end{aligned}$$

En utilisant l'estimation par les Moindres Carrés Ordinaires (OLS), la trajectoire projetée des émissions de carbone est représentée par :

$$CE_{\text{Trend}}(t) = CE(t) = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 t$$

Cette méthodologie vise à modéliser la tendance future des émissions de carbone. En prenant en compte l'année de base et en adaptant le modèle linéaire en conséquence, nous pouvons obtenir une estimation plus précise des émissions futures, ce qui est crucial pour la planification et la mise en œuvre des politiques environnementales.

Exemple

Ci-dessous, nous présentons l'évolution des émissions de carbone pour la société A :

Année	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013
CE (t)	57.8	58.4	57.9	55.1	51.6	48.3	47.1

Année	2014	2015	2016	2017	2018	2019	2020
CE (t)	46.1	44.4	42.7	41.4	40.2	41.9	45.0

Table 1 Émissions de carbone en MtCO₂e (société A)

Estimations et modèles

À partir des données précédentes, nous obtenons les estimations suivantes :

$$\hat{\beta}_0 = 2970.43, \hat{\beta}_1 = -1.4512 \text{ et } \hat{\sigma}_u = 2.5844$$

Pour $t_0 = 2007$, nous avons :

$$\hat{\beta}'_0 = 57.85, \hat{\beta}'_1 = -1.4512 \text{ et } \hat{\sigma}_u = 2.5844$$

Et pour $t_0 = 2020$:

$$\hat{\beta}'_0 = 38.99, \hat{\beta}'_1 = -1.4512 \text{ et } \hat{\sigma}_u = 2.5844$$

Les deux modèles estimés sont cohérents et peuvent être exprimés comme :

$$CE_{\text{Trend}}(t) = 38.99 - 1.4512 \times (t - 2020) = 2970.43 - 1.4512 \times t$$

De ce fait, pour l'année 2025 :

$$CE_{\text{Trend}}(2025) = 38.99 - 1.4512 \times 5 = 31.73 \text{ MtCO}_2\text{e}$$

Il est à noter que :

$$CE(2020) = 45.0 \text{ et } CE_c(2020) = 38.99$$

Le modèle redimensionné est donné par :

$$CE_{\text{Trend}}(t) = 45 - 1.4512 \times (t - 2020)$$

Significativité du slope et critiques

Le **slope**, ou pente, joue un rôle crucial dans l'analyse des tendances des émissions de carbone en fonction du temps dans le cadre d'une régression linéaire, reflétant la variation absolue des émissions pour chaque unité de temps. Un slope négatif indique une tendance à la baisse, suggérant l'efficacité des stratégies de réduction des émissions. En comparant deux entreprises, A et B, avec des slopes de -1,45 et -4 respectivement, on observe que l'entreprise B réduit ses émissions de carbone à un rythme presque deux fois plus rapide, soulignant l'importance d'analyser ces taux pour évaluer l'efficacité des mesures de réduction.

Cependant, il est essentiel de rester critique envers cette méthode, car elle suppose une relation linéaire constante et peut être influencée par des valeurs aberrantes, ne capturant pas les tendances non linéaires ou les variations dans la vitesse de réduction. L'analyse en profondeur et la considération d'autres méthodes sont cruciales pour une compréhension complète des tendances des émissions de carbone.

3 Participation, ambition et crédibilité pour une stratégie d’alignement

Modèle PAC

Dans cette section, nous définissons les trois piliers essentiels à l’évaluation de la stratégie d’alignement d’une entreprise vis-à-vis d’un scénario climatique spécifique, comme le scénario NZE. Ces trois piliers sont : la participation, l’ambition et la crédibilité. Ensemble, ils constituent le cadre PAC.

Ce cadre PAC requiert deux informations essentielles :

1. Les objectifs de réduction annoncés par l’entreprise.
2. Le scénario sectoriel basé sur le marché correspondant à l’entreprise, qui définit sa trajectoire de décarbonisation.

Les entreprises déterminent leurs objectifs de réduction de carbone à différents horizons temporels, en fonction de niveaux d’émissions spécifiques.

Mathématiquement, l’ensemble des objectifs de réduction peut être représenté par :

$$CT = \{R_{\text{Target}}(t_0, t_k) \mid k = 1, \dots, n_T\}$$

Où :

- CT désigne l’ensemble des taux de réduction basés sur les objectifs de l’entreprise.
- $R_{\text{Target}}(t_0, t_k)$ représente le taux de réduction entre l’année de base t_0 et une année ultérieure t_k pour le $k^{\text{ème}}$ objectif.
- n_T est le nombre total d’objectifs établis par l’entreprise.

En ce qui concerne le scénario sectoriel, nous nous appuyons généralement sur les scénarios fournis par le GIEC ou AIE [2] [1]. Il est préférable d’utiliser un scénario spécifique au secteur concerné. Toutefois, en l’absence d’un tel scénario, un scénario global peut être adopté. L’ensemble des scénarios peut alors être exprimé par :

$$CS = \{R'_{\text{scénario}}(t_0, t_k) \mid k = 1, \dots, n_S\}$$

$$R^{\text{Scénario}}(t_0, t_k) = 1 - \frac{CE^{\text{Scénario}}(t_k)}{CE^{\text{Scénario}}(t_0)}$$

Où :

- CS désigne l’ensemble des scénarios.
- $CE^{\text{Scénario}}(t_k)$ désigne les émissions pour le scénario à l’année t_k
- n_S est le nombre total des scénarios

Le tableau ci-dessous illustre les taux de réduction du scénario NZE de l’AIE pour l’année de base 2020 :

Table 2 Les ratios de réduction NZE scenario de AIE (base year = 2020) [1]

Year	Electricity	Industry	Transport	Buildings	Other	Global
2025	20.0	4.0	-1.1	15.0	13.1	10.6
2030	56.9	18.8	20.0	36.7	52.4	36.6
2035	84.3	38.1	42.5	57.7	95.3	59.6
2040	100.0	59.0	62.4	75.9	100.0	77.1
2045	100.0	78.8	79.0	88.8	100.0	87.3
2050	100.0	93.9	90.3	95.8	100.0	94.3

Source : AIE (2021) & Sustainable Finance par Roncalli

Élaboration du Modèle PAC

Le modèle PAC, introduit par Le Guenedal et al. (2022) [9], s'appuie sur la comparaison de trois trajectoires carbone distinctes pour évaluer la stratégie de réduction des émissions d'une entité :

1. **Trajectoire Historique** : Analyse de l'évolution passée des émissions de l'émetteur et évaluation de sa tendance actuelle par rapport aux prévisions.
2. **Objectifs de Réduction** : Examine les ambitions de l'émetteur en comparant la trajectoire cible envisagée au scénario sectoriel de référence. Cette étape est cruciale pour vérifier l'engagement réel de l'entité dans la lutte contre le changement climatique.
3. **Scénario de Décarbonisation** : Évaluation critique de la pertinence et de la robustesse des objectifs fixés par l'entreprise. Il s'agit de s'assurer que les objectifs ne sont ni trop conservateurs ni exagérément ambitieux au point de relever de l'écoblanchiment.

Illustration

Afin de mieux illustrer ces trois piliers, nous basons notre analyse sur la figure ci-dessous, laquelle est extraite du livre "Sustainable Finance" [13] de Thierry Roncalli :

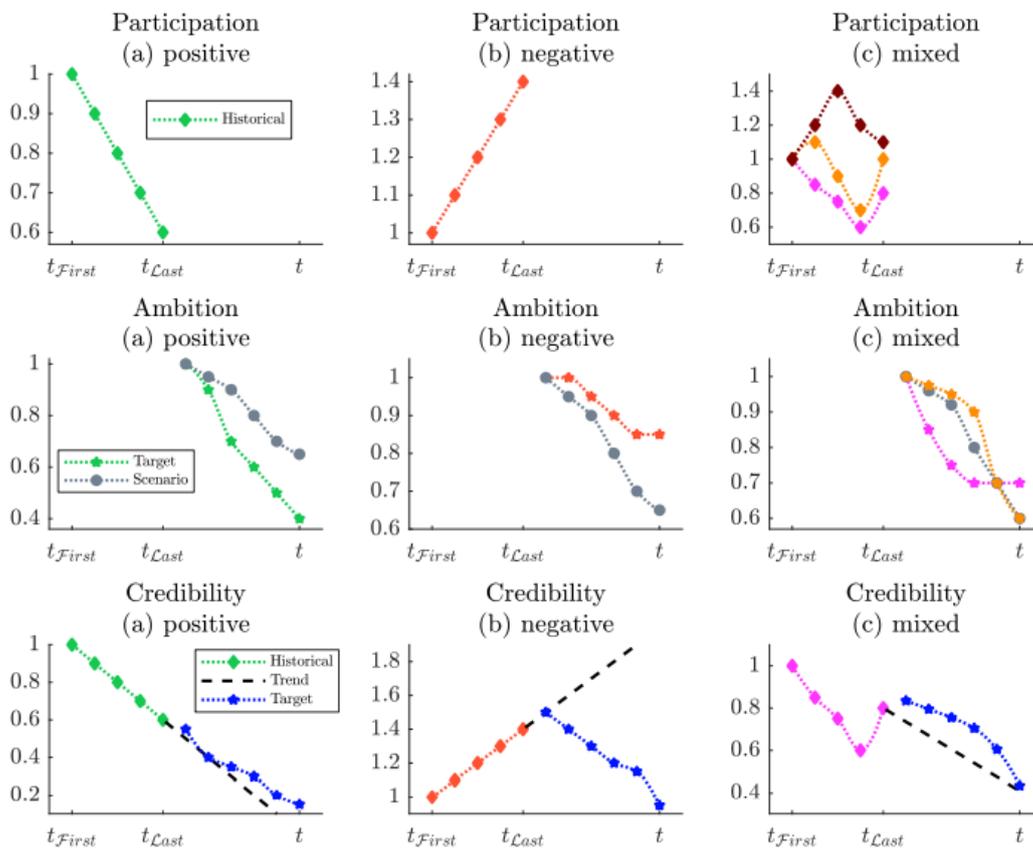


Figure 1 Illustration des trois piliers : Participation, Ambition et Crédibilité.

- **Participation** : Sur cette figure, la trajectoire historique des émissions de carbone de différentes entreprises est mise en évidence. Par exemple, une entreprise affichant une diminution constante de ses émissions au fil du temps indique clairement une participation proactive à la lutte contre le changement climatique. En revanche, une entreprise dont les émissions augmentent montre une participation limitée, voire négative, à cette cause.
- **Ambition** : L'illustration met en relief les objectifs fixés par les entreprises par rapport aux scénarios de décarbonisation actuellement reconnus. Les entreprises ayant des cibles qui

surpassent les scénarios préconisés démontrent une ambition élevée, tandis que celles qui ne parviennent pas à atteindre ces scénarios révèlent un manque d'ambition.

- **Crédibilité** : Enfin, la figure compare les tendances historiques d'émissions de carbone aux objectifs annoncés par les entreprises. Une entreprise dont les actions passées corroborent ses objectifs futurs gagne en crédibilité. À l'inverse, une discordance entre les deux pourrait soulever des questions quant à la sincérité et la viabilité des engagements de l'entreprise.

En analysant ces éléments graphiquement, il devient plus facile d'évaluer et de comparer la contribution réelle des entreprises à la décarbonisation et à la lutte contre le changement climatique.

Application

La figure ci-dessus illustre les émissions de carbone de l'entreprise **Capgemini** entre 2015 et 2021. Elle met également en évidence une prédiction des émissions futures, obtenue par une régression linéaire, pour esquisser la tendance carbone de l'entreprise. Trois trajectoires principales sont projetées :

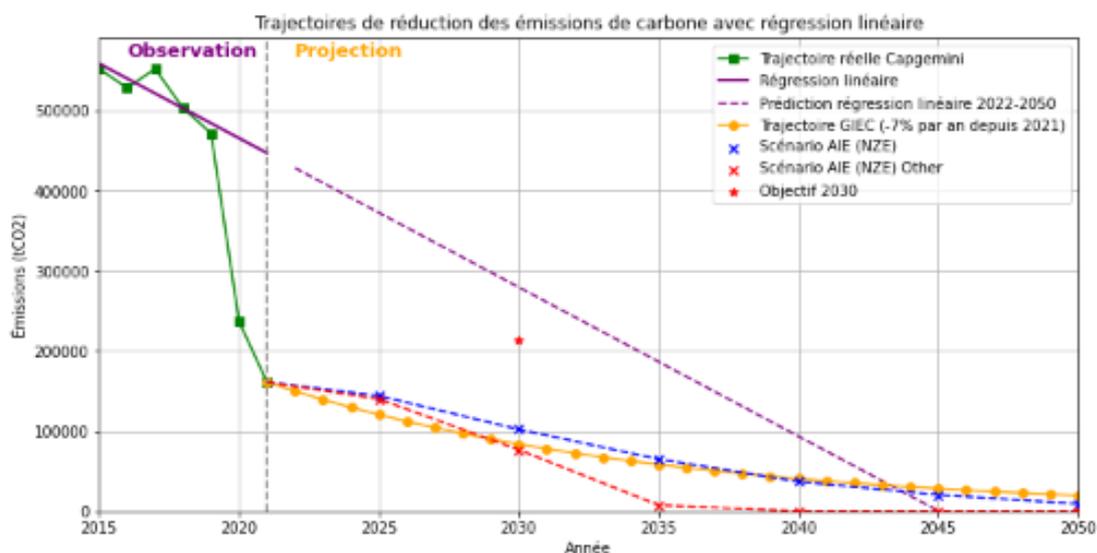


Figure 2 La tendance carbone, le budget carbone, les objectifs et les scénarios NZE pour l'entreprise Capgemini.

1. **Trajectoire AIE** : Scénario global visant à atteindre la neutralité carbone d'ici 2050.
2. **Trajectoire AIE Autre** : Scénario spécifique au secteur "autre" pour parvenir à la neutralité carbone d'ici 2050.
3. **Trajectoire GIEC** : Scénario ayant pour ambition de réduire l'empreinte carbone de 7% chaque année à partir de 2021.

En ce qui concerne les objectifs définis par Capgemini, le manque de rapports réguliers nous limite à l'objectif de 2030, symbolisé par le point rouge sur le graphique.

- **Participation** : L'analyse de la trajectoire passée des émissions de Capgemini, indiquée par une pente linéaire de 18 590.7 sur le graphique à la figure 2, suggère que l'entreprise participe activement aux efforts de réduction de carbone.
- **Ambition** : Malgré cette participation positive, l'ambition de Capgemini peut être mise en question. L'objectif déclaré pour l'année 2030 ne correspond pas aux trajectoires décrites par les scénarios climatiques de référence. En fait, cet objectif unique est situé en dehors des trajectoires établies par ces scénarios.

- **Crédibilité** : Concernant la crédibilité de l'entreprise, elle pourrait être qualifiée de "mitigée" mais avec une tendance positive. En effet, la pente de la trajectoire historique des émissions est assez proche de l'objectif déclaré pour 2030, suggérant une certaine cohérence dans les actions de l'entreprise.

Pour une vision plus complète de l'étude, il est à noter que les évaluations correspondantes aux trois autres actifs en question—Engie, Hermès International et Orange—sont détaillées dans l'Annexe A du document. Cette annexe fournit des informations supplémentaires qui complètent le portrait global de l'effort environnemental parmi ces entreprises.

4 Hypothèses et résultats de Markowitz

Comme mentionné précédemment, notre étude se concentre sur la méthodologie de sélection de portefeuille introduite par Markowitz en 1952 [11]. Cette approche vise à minimiser la variance d'un portefeuille pour un rendement donné ou, de manière équivalente, à maximiser le rendement pour une volatilité spécifique.

En pratique, l'utilité de l'investisseur est maximisée en fonction du rendement attendu et du risque que l'investisseur est prêt à prendre. L'utilité quadratique U est l'une des fonctions les plus couramment utilisées :

$$U_\gamma(x) = \mathbb{E}[r(x)] - \frac{\gamma}{2} \mathbb{V}[r(x)]$$

où γ est l'aversion au risque et r est le rendement du portefeuille donné par les poids x . Le problème est alors de maximiser cette fonction pour différentes valeurs d'aversion au risque :

$$\gamma \mapsto x_\gamma \quad \text{tel que} \quad x_\gamma = \arg \max_x U(x)$$

Le rendement optimal du portefeuille augmente lorsque l'aversion au risque diminue : plus l'aversion est faible, plus le rendement que l'investisseur attendra en prenant plus de risques est élevé. L'investisseur attend une prime pour chaque risque pris.

La méthodologie de Markowitz repose sur l'hypothèse fondamentale que les rendements des investissements suivent une distribution gaussienne. Cette hypothèse implique que les rendements pour chaque actif sont normalement distribués, avec la moyenne et la variance étant des paramètres clés pour décrire la distribution. En appliquant cette hypothèse à un portefeuille composé de plusieurs actifs, la distribution du portefeuille est également gaussienne.

En conséquence, l'heuristique de Markowitz identifie la distribution optimale du portefeuille en utilisant la moyenne et la variance du portefeuille. Cela nous amène au problème d'optimisation quadratique (QP), qui nous permet d'optimiser une fonction quadratique soumise à des contraintes linéaires.

En utilisant le QP, nous pouvons optimiser les caractéristiques de risque et de rendement d'un portefeuille en minimisant sa variance tout en maximisant son rendement attendu. Cela implique de trouver le poids optimal pour chaque actif dans le portefeuille, soumis à des contraintes, par exemple, des limites sur les poids des actifs individuels. En résolvant le QP, nous pouvons trouver le portefeuille optimal qui équilibre le risque et le rendement basé sur la moyenne et la variance des actifs dans le portefeuille.

Problème quadratique

Minimiser (ou Maximiser)	$\frac{1}{2}x^T Qx + c^T x$
Sous contrainte	$Ax \leq b$
	$Gx = h$

où x est un vecteur de variables de décision, Q est une matrice semi-définie positive, c est un vecteur constant, A et G sont des matrices de contraintes linéaires, et b et h sont des vecteurs constants.

Notre méthode cherche à maximiser le rendement du portefeuille en prenant en compte les frais de transaction, le tout par rapport à sa volatilité. Notre fonction objective est définie comme :

$$\text{Fonction Objective} = \frac{E(r_t)(1 - \text{frais de transaction})}{V(r_t)}$$

où

$$\text{frais de transaction} = \|poids_{t-1} - poids_t\|$$

Optimisation de Markowitz sous contraintes climatiques

Afin d'intégrer le risque climatique lors de la construction d'un portefeuille, nous établissons une limite pour l'intensité carbone, notée C^* , qui ne doit en aucun cas être dépassée. Notre objectif est donc de maximiser le rendement ajusté du portefeuille tout en déduisant les frais de transaction qu'il est proportionnel au changement de l'allocation. et en minimisant le risque de marché. Cette démarche est soumise aux contraintes précédemment mentionnées. Formulé mathématiquement, cela donne :

$$x^* = \frac{R^T x (1 - \alpha \|x - x_{-1}\|)}{x^T \Sigma x}$$

sous les contraintes :

$$\begin{aligned} 1_n^T x &= 1 \\ x &\geq 0 \\ \sum x_i CI_i &\leq C^* \end{aligned}$$

En mettant en œuvre ce programme d'optimisation pour une date précise, nous pourrions analyser le rendement attendu et la volatilité du portefeuille optimal en fonction de l'intensité carbone limites fixées, notamment C^* .

Optimisation multi-périodique des portefeuilles

L'Optimisation Multi-Période (MPO) [4] est une approche avancée en gestion de portefeuille qui va au-delà des méthodes traditionnelles d'optimisation, lesquelles se limitent généralement à un unique horizon temporel. La MPO, comme son nom l'indique, permet de prendre en compte les rendements futurs et les volatilités futures dépendent du temps.

Elle permet aux investisseurs d'équilibrer leurs rendements et leurs risques sur de multiples périodes, intégrant des contraintes qui peuvent évoluer au fil du temps, telles que des besoins de liquidité changeants ou des fluctuations des conditions de marché. Cette méthode offre une flexibilité accrue en planification financière, car elle anticipe les événements futurs et adapte les stratégies en conséquence, assurant une allocation optimale des actifs tout au long de la trajectoire d'investissement.

Un défi essentiel dans la gestion de portefeuille est de tracer la trajectoire de trading idéale. Ce n'est pas seulement une question de rendements attendus et de risques, mais aussi de l'impact des frais associés au trading.

Lorsque ce problème est examiné à travers le cadre de la théorie de la moyenne-variance, la fonction objectif se présente comme suit :

$$f_s(x_s) = \frac{1}{2} x_s^T \Sigma_s x_s - x_s^T \gamma \mu_s + TC_s(x_{s-1}, x_s) + PI_s(x_{s-1}, x_s) \quad (4)$$

Ici, $TC_s(x_{s-1}, x_s)$ et $PI_s(x_{s-1}, x_s)$ désignent respectivement les frais de transaction et les impacts de prix. S'inspirant de Gârleanu et Pedersen (2013), les frais de transaction sont modélisés comme :

$$TC_s(x_{s-1}, x_s) = \frac{1}{2} (x_s - x_{s-1})^T \Lambda_s (x_s - x_{s-1}) \quad (5)$$

Quant à l'impact des prix, il est défini par :

$$PI_s(x_{s-1}, x_s) = \phi x_s^T \Gamma_s (x_s - x_{s-1}) - x_{s-1}^T \Gamma_s (x_s - x_{s-1}) - \frac{1}{2} (x_s - x_{s-1})^T \Gamma_s (x_s - x_{s-1}) \quad (6)$$

Le terme ϕ est le paramètre qui traduit la réversion vers la moyenne de la distorsion des prix. Λ_s et Γ_s représentent les matrices de Kyle qui traitent des frais de trading temporaires et des impacts de prix permanents, respectivement. Ces matrices, inspirées du modèle de Kyle, quantifient l'impact des transactions sur la formation des prix, en différenciant les coûts éphémères des changements durables dans la valorisation des actifs.

MPO dans le contexte du projet

Dans ce projet, nous entreprenons une simplification du problème original de l'Optimisation Multi-Période (MPO). La première modification majeure concerne la fonction objective. Au lieu d'opter pour un cadre mean-variance traditionnel, nous avons choisi de privilégier le ratio de Sharpe, où le rendement est diminué par un certain frais de transaction.

De plus, notre modèle suppose que la matrice des frais de transaction est proportionnelle à la matrice identité, c'est-à-dire :

$$TC = \lambda I$$

où λ est un facteur de proportionnalité (égale à 2) et I représente la matrice identité.

Nous supposons également que les impacts sur les prix sont nuls, éliminant ainsi toute distorsion de prix potentielle liée aux opérations de trading.

Enfin, une autre simplification majeure est que l'allocation d'actifs est basée sur les rendements historiques et non sur des prévisions ou des rendements projetés. Cela signifie que notre stratégie se base sur l'analyse des performances passées pour orienter les décisions d'investissement futures.

Deuxième partie

Impact des Paramètres d'Allocation sur la Performance Historique et Climatique des Portefeuilles

1 Performance historique des actions du portefeuille

Les graphiques ci-dessous illustrent à la fois le rendement et la volatilité annuels des quatre entreprises sélectionnées sur une période allant de 2017 à 2021. Parmi ces entreprises, Hermès se distingue nettement : elle est parvenue à générer un profit positif chaque année sans exception au cours de cette période. C'est une performance remarquable qui souligne sa résilience et sa capacité à maintenir une croissance stable, même dans des contextes économiques fluctuants. La base de données utilisée pour cette analyse est présentée dans la partie annexes du rapport.

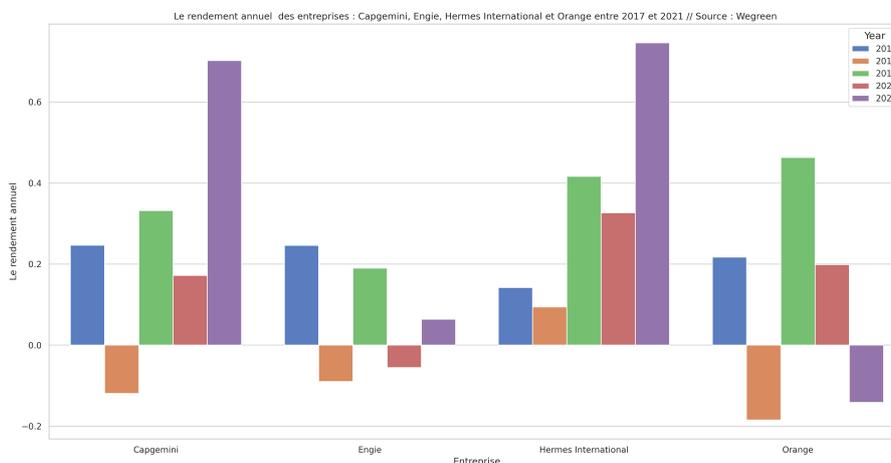


Figure 3 Les moyennes des rendements attendus des actifs du portefeuille.

L'examen du graphique de volatilité montre clairement que Capgemini présente, en moyenne, une volatilité supérieure à celle de ses concurrents, le positionnant comme l'actif le plus risqué parmi les quatre. Ce constat est d'autant plus flagrant en 2020, année au cours de laquelle la volatilité de Capgemini a grimpé de manière significative. Il est logique d'associer cette augmentation à l'impact économique engendré par la crise du Covid-19, une crise qui a perturbé les marchés mondiaux et introduit une incertitude sans précédent pour bon nombre d'entreprises. Au sein de ce panorama économique, il est pertinent d'examiner la réaction de chaque entreprise face à cette crise et d'identifier les éléments ayant influencé leur performance.

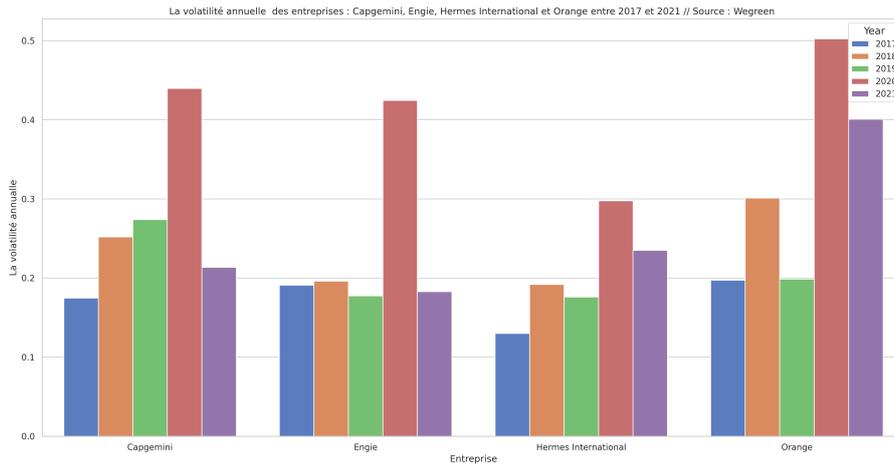


Figure 4 Les volatilités historiques des actifs du portefeuille.

De ce fait, on observe que Hermès a fait preuve de la plus grande stabilité en matière de volatilité, probablement grâce à la nature luxueuse de ses produits et à sa clientèle fidèle. D’un autre côté, Engie a conservé une volatilité constante, à l’exception notable de 2020. En revanche, Orange s’est avéré être l’actif le moins stable en termes de volatilité, n’ayant pas réussi à retrouver une stabilité postérieure à l’année marquée par le Covid-19, 2021. Ces nuances mettent en exergue la nécessité d’une évaluation approfondie, considérant le contexte économique, industriel, ainsi que les spécificités de chaque entreprise, pour appréhender la volatilité et le risque associé à un actif.

2 Performance climatique des actions du portefeuille

Les figures ci-dessous représentent les intensités carbonées des entreprises de notre univers. Nous avons choisi de traiter l’entreprise Engie séparément car elle présente une intensité très élevée par rapport au reste de l’univers, ce qui pourrait désorganiser le graphique. Ainsi, on remarque que Capgemini a clairement fait des efforts face au risque climatique en diminuant leur intensité. C’est également le cas, bien que de manière moins marquée, pour Hermès. Quant à Orange, l’entreprise a maintenu presque le même niveau d’intensité carbone.

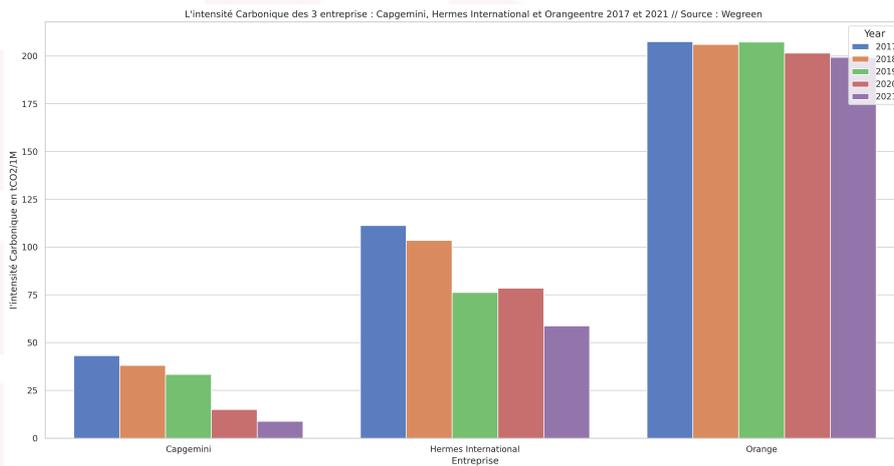


Figure 5 L’intensité carbone des entreprises : Orange, Hermès et Capgemini.

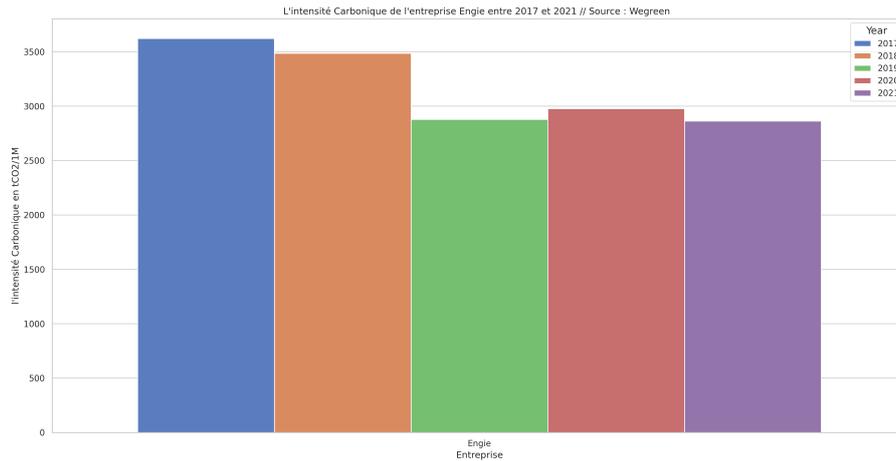


Figure 6 L'intensité carbone de l'entreprise Engie.

3 Impact des contraintes sur le profil de risque des portefeuilles

Dans cette section, nous avons décidé de simuler des portefeuilles optimaux en faisant varier les contraintes climatiques. Ces simulations ont été réalisées pour l'année 2017. Ainsi, nous avons simulé 10 000 portefeuilles en exécutant 10 000 fois le programme d'optimisation. Pour chaque exécution, la contrainte climatique a été augmentée de manière progressive afin de construire la frontière efficiente.

Cela nous permet d'évaluer plus précisément les différents impacts de ces contraintes sur le profil de risque des actifs.

Le profil Rendement/risque des portefeuilles optimaux

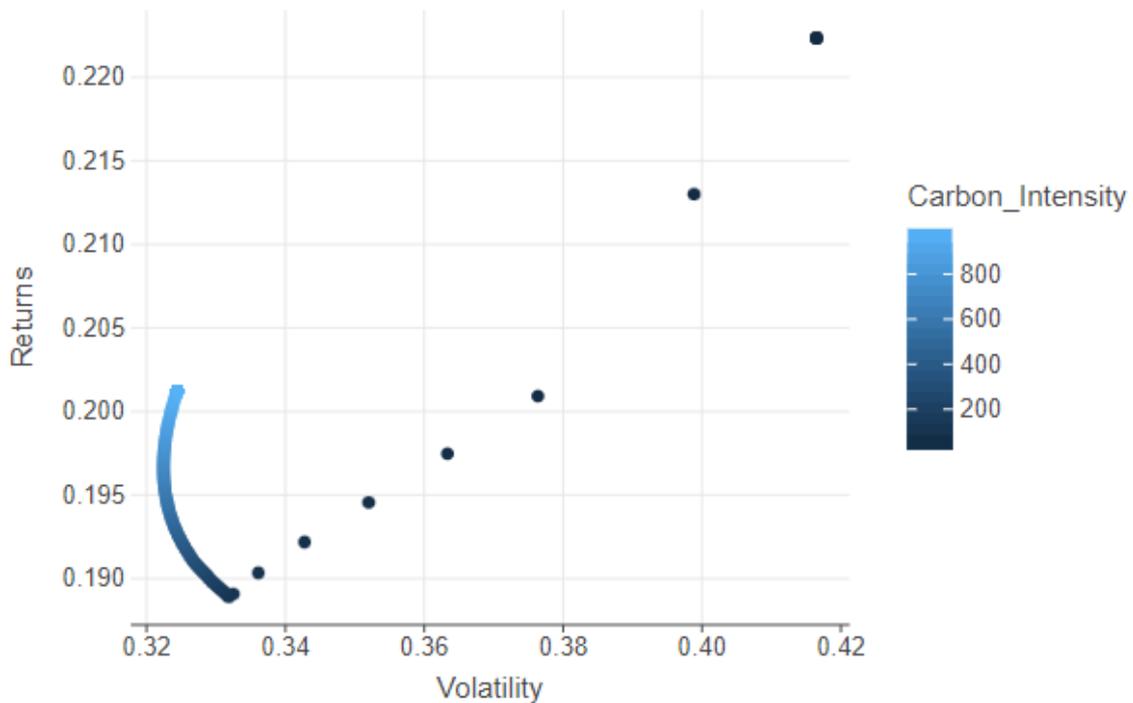


Figure 7 Profil de risque des portefeuilles optimaux.

En observant ce graphique, il est notable que les portefeuilles à forte intensité de carbone se situent à gauche, indiquant une volatilité historique moindre comparée aux portefeuilles à intensité de carbone modérée. Cette observation peut être quantifiée : l'effet notable pourrait découler de l'impact des contraintes. Par exemple, si l'objectif est de maximiser le ratio de Sharpe, l'introduction d'une contrainte stricte limiterait les options disponibles pour trouver le portefeuille optimal. En revanche, en l'absence de contrainte, le programme aurait tendance à opter pour le portefeuille avec le ratio de Sharpe la plus élevé. Cela suggère que les décisions relatives aux contraintes peuvent jouer un rôle crucial dans la détermination de la composition du portefeuille et, par conséquent, de sa position sur la frontière efficiente.

Il est important de noter que si historiquement les portefeuilles à forte intensité de carbone ont montré une faible volatilité, l'avenir peut ne pas refléter le passé. Avec la montée des préoccupations environnementales, des réglementations plus strictes sur les émissions de carbone et un changement général vers des sources d'énergie renouvelable, les entreprises à forte intensité de carbone pourraient faire face à des défis croissants, qui pourraient affecter leur volatilité à l'avenir.

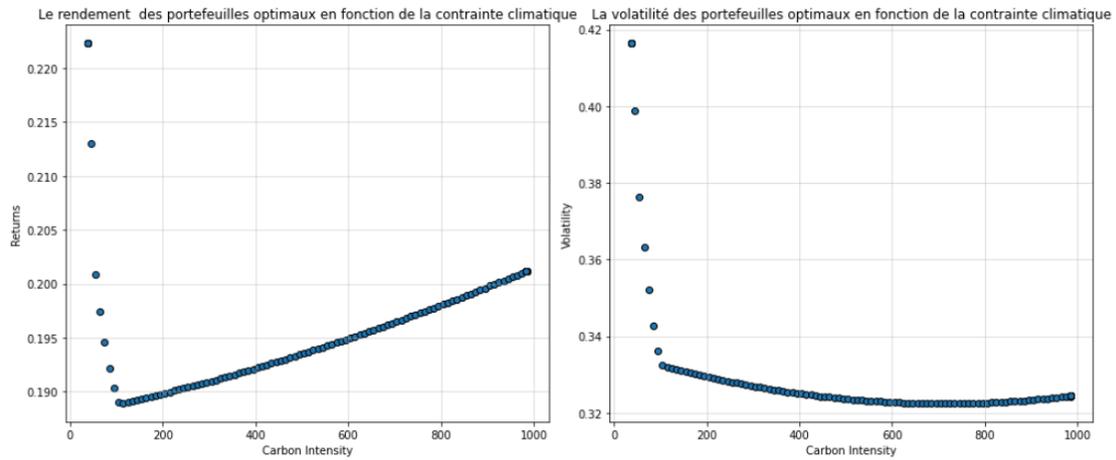


Figure 8 Le couple (rendement, volatilité) des portefeuilles optimaux en fonction de l'intensité carbone.

Dans les deux graphiques présentés, une analyse détaillée nous permet de comprendre la relation entre la volatilité, le rendement des portefeuilles optimaux et les contraintes relatives au climat. Ces graphiques mettent en lumière deux régimes bien distincts, chacun avec ses propres caractéristiques et implications.

Premier régime (0-100 unités d'intensité carbone)

Le rendement et la volatilité des portefeuilles réagissent de manière significative aux contraintes climatiques. Plus précisément, une diminution drastique du rendement est observée, suggérant que des contraintes climatiques accrues peuvent peser lourdement sur la performance des investissements dans cette tranche. Parallèlement, la volatilité suit une trajectoire similaire, chutant de manière très prononcée. Cette forte réaction pourrait suggérer une sensibilité élevée des portefeuilles à des facteurs environnementaux spécifiques dans cette plage d'intensité.

Deuxième régime (au-delà de 100 unités d'intensité de carbone) :

Le rendement des portefeuilles augmente presque linéairement avec l'intensité de carbone. Cela peut suggérer que, malgré des contraintes climatiques croissantes, certains actifs ou stratégies sont capables de délivrer des rendements accrus. En ce qui concerne la volatilité, le graphique de droite montre une décroissance initiale marquée, similaire à celle du premier régime. Toutefois, cette diminution s'atténue progressivement, avec une pente moins abrupte, indiquant une stabilisation relative de la volatilité à mesure que l'intensité de carbone augmente.

Si nous contextualisons ces informations par rapport à la frontière efficiente de la figure 5, les nuances deviennent encore plus claires. Les portefeuilles du second régime semblent former le cœur de l'arc de la frontière efficiente, indiquant qu'ils offrent un équilibre optimal entre rendement et risque dans un contexte de contraintes climatiques élevées. En revanche, les portefeuilles du premier régime se distinguent par leur écart, suggérant qu'ils présentent un profil risque moins favorable et qu'ils pourraient ne pas être les choix optimaux pour les investisseurs soucieux du climat.

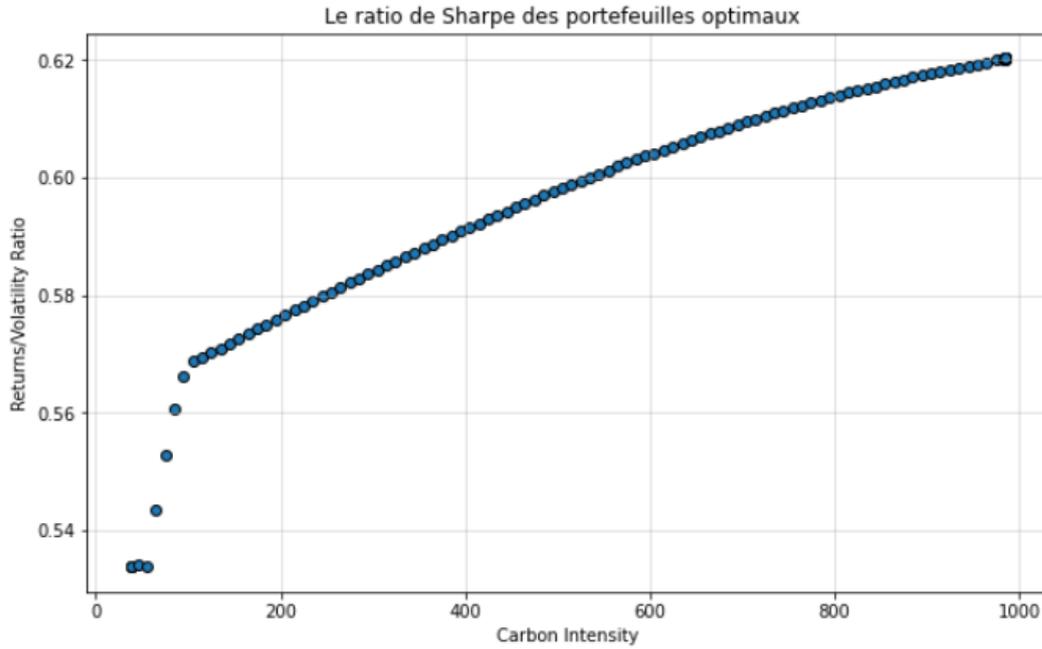


Figure 9 Le ratio de Sharpe des portefeuilles optimaux en fonction de la contrainte climatique.

La figure présentée dépeint le ratio de Sharpe des portefeuilles optimaux face aux contraintes climatiques, en utilisant une méthodologie d'analyse similaire à celle des graphiques antérieurs. On observe que le ratio de Sharpe connaît une augmentation marquée entre 0 et 100 unités d'intensité de carbone, puis sa croissance devient moins prononcée au-delà de ce seuil. Un point d'intérêt notable est le portefeuille situé à 100 unités d'intensité de carbone. Il satisfait la condition où la dérivée partielle du ratio de Sharpe par rapport à l'intensité de carbone est nulle, indiquant un équilibre optimal entre le rendement et les contraintes climatiques. Ce portefeuille émerge comme le choix le plus judicieux pour ceux cherchant à concilier impact environnemental et rendement ajusté au risque.

4 Impact des frais de transaction sur l'allocation du portefeuille

Dans cette section, l'étude se concentre sur l'impact des frais de transaction dans un contexte d'optimisation multi-périodique. Pour ce faire, nous démarrons à partir d'une allocation équilibrée, puis exécutons des optimisations successives sur différentes périodes tout en ajustant progressivement les frais de transaction.

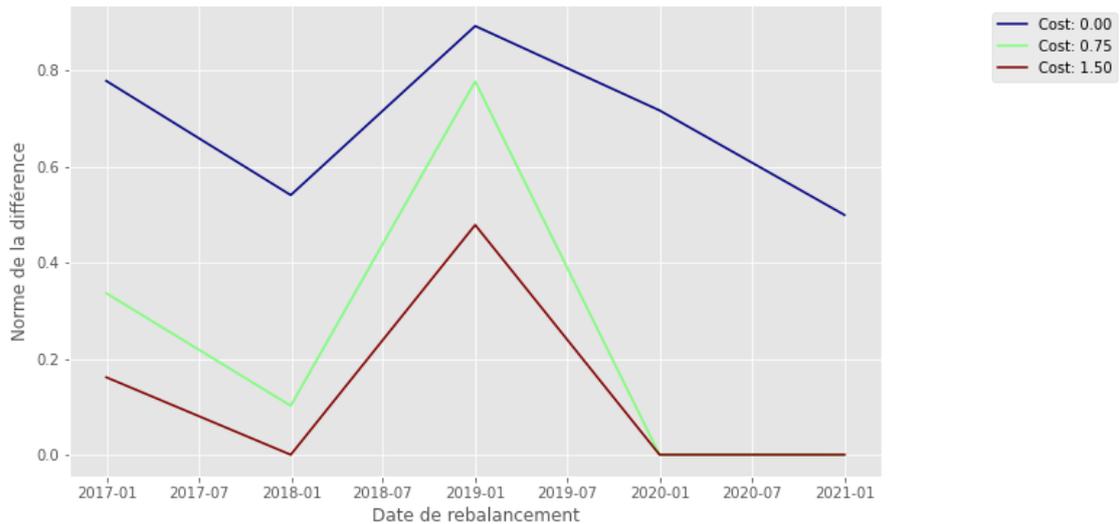


Figure 10 Rebalancement en fonction des frais de transaction.

Le graphique ci-dessus montre l'évolution de l'allocation des actifs à travers différentes périodes en fonction des frais de transaction. Lorsque les frais sont minimales, l'optimiseur ajuste l'allocation pour maximiser le ratio de Sharpe à chaque période, entraînant des variations notables dans les poids des actifs. Toutefois, à mesure que les frais augmentent, ces variations deviennent moins prononcées, témoignant de la contrainte financière imposée par les frais de transaction. Dans un contexte multi-périodique, cela signifie que l'optimiseur préférera des stratégies moins coûteuses en termes de transaction, privilégiant ainsi la stabilité et la continuité de l'allocation. Cela démontre l'importance cruciale de la prise en compte des frais lors de la conception et de la gestion d'un portefeuille sur le long terme.

Troisième partie

Optimisation Multi-période et Backtesting

1 Allocation avec différentes contraintes

Le principal objectif de cette section est d'examiner et de comparer une variété de portefeuilles construits dans le cadre de diverses contraintes d'intensité carbone. Cette démarche vise à comprendre comment ces contraintes peuvent influencer la composition et le rendement de ces portefeuilles.

Dans cette partie, les frais de transaction sont fixés à 0,25. Ainsi, notre fonction objective vise à maximiser le rendement tout en prenant en compte les frais associés aux transactions, tout en cherchant à minimiser la volatilité. Cette méthode d'optimisation nous permet de réaliser une allocation dynamique entre les années 2015 et 2021. Elle suppose que le processus de transaction est réalisé une fois par an.

L'analyse portera sur trois types de portefeuilles :

- Un portefeuille sans contraintes d'intensité carbone. C'est une référence qui nous permettra de mesurer l'impact des contraintes carbone sur l'efficacité du portefeuille.
- 2 portefeuilles où une contrainte d'intensité carbone est imposée. Chacun de ces portefeuilles subira un degré différent de restriction, nous permettant d'examiner l'impact de contraintes plus ou moins strictes.

Nous avons déterminé des seuils maximaux pour l'intensité carbone, fixés à 50 et 100, en identifiant les points significatifs à travers une itération sur la contrainte climatique. Cette approche nous permet d'avoir une vision claire de l'impact de différentes intensités carbone sur la performance et la composition du portefeuille.

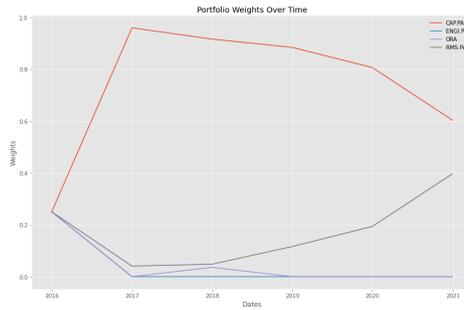
Au final, cette analyse nous aidera à comprendre comment les contraintes d'intensité carbone peuvent influencer l'efficacité d'un portefeuille et comment optimiser l'allocation du portefeuille en tenant compte de ces contraintes.

2 Analyse et prédiction des effets climatiques sur l'allocation des portefeuilles

Dans les figures présentées ci-après, nous démontrons l'évolution des poids sur la période 2016-2020, avec un rééquilibrage annuel. Les profils étudiés correspondent à des contraintes d'intensité carbone de 50, 100, ainsi qu'à un profil sans contraintes, visant uniquement à maximiser notre fonction objective.

La première observation concerne les allocations. Il apparaît que les allocations soumises à des contraintes d'intensité carbone strictes sont moins diversifiées et contiennent principalement des actifs à faible intensité carbone. Cette tendance résulte du respect des contraintes : le programme doit alors diminuer la quantité d'actifs polluants afin de satisfaire les exigences, comme illustré par les allocations à 50 ou 100.

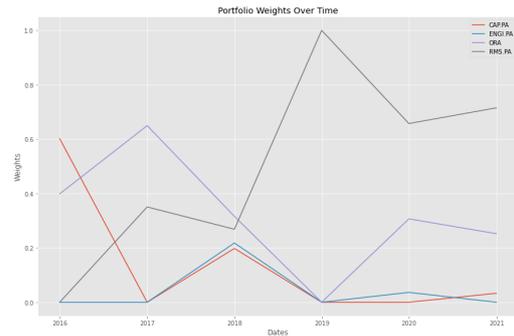
À l'inverse, les portefeuilles avec des allocations à 100 ou sans aucune contrainte présentent une diversité nettement plus marquée, notamment le portefeuille sans contraintes. Par conséquent, le portefeuille à 100 peut être considéré comme un bon compromis.



(a) Poids de l'allocation pour une intensité carbone plafonnée à 50.



(b) Poids de l'allocation pour une intensité carbone plafonnée à 100.



(c) Poids de l'allocation pour une intensité carbone non plafonnée.

Figure 11 Evolution des allocations par profil carbone entre 2016 et 2021.

Pour établir une allocation performante, nous avons opté pour le remplacement de la contrainte historique par une contrainte prédite grâce à un modèle de régression linéaire. Nous avons appliqué ce modèle à la série temporelle des empreintes carbone des quatre entreprises qui composent notre univers d'investissement. Étant donné la faible historique dont nous disposons concernant l'empreinte carbone, la prédiction s'appuie sur une régression linéaire basée sur les émissions de carbone passées.

De plus, puisque la contrainte porte sur l'intensité carbone, il nous est nécessaire de prédire le chiffre d'affaires de l'année à venir. À cet égard, nous avons adopté une méthode naïve qui consiste à estimer le chiffre d'affaires de l'année suivante en se basant sur le chiffre d'affaires actuel.

3 Résultats empiriques du Backtesting

Rendement cumulé

Examinons maintenant les performances des portefeuilles. Nous concentrerons notre attention sur la comparaison entre les portefeuilles construits de manière la plus divergente, à savoir celui où nous n’appliquons aucune contrainte et ceux pour lesquels nous imposons une contrainte stricte.

Nous avons utilisé des données journalières et réalisé un backtesting de nos portefeuilles en calculant les rendements logarithmiques et en réallouant notre portefeuille chaque année au portefeuille optimal. Ceci nous permet d’obtenir les graphiques suivants :



Figure 12 Backtesting des 3 portefeuilles avec le CAC40 et un benchmark uni-pondéré.

Nous avons choisi de travailler avec le rendement cumulatif plutôt qu’avec le rendement simple. En effet, le rendement cumulatif offre une vision plus complète et plus pertinente de la croissance d’un portefeuille sur une période donnée, car il prend en compte de manière séquentielle tous les rendements obtenus, qu’ils soient positifs ou négatifs. Cela le rend moins sensible aux fluctuations à court terme et offre une meilleure appréciation de la performance globale du portefeuille. Il est également essentiel de noter que les rendements cumulatifs présentés dans le graphique incluent les frais de transaction.

Le graphique montre clairement que les trois portefeuilles candidats ont surpassé l’indice de référence, le CAC40, et le portefeuille uni-poids, qui attribue une pondération égale à tous les actifs. De plus, le portefeuille avec 100 unités d’intensité carbone et le portefeuille sans contrainte ont tous deux surpassé le portefeuille limité à 50 unités d’intensité carbone. Ces deux portefeuilles présentent presque la meilleure dynamique de performance. De manière surprenante, le portefeuille avec 100 unités d’intensité carbone affiche de légères meilleures performances que le portefeuille sans contrainte. Cette observation est contre-intuitive ; en effet, selon le modèle d’optimisation, le portefeuille sans contraintes environnementales aurait dû enregistrer les performances les plus élevées.

Ratio de Sharpe

L’utilisation des ratios de Sharpe pour comparer les portefeuilles optimaux devient d’autant plus pertinente lorsqu’on prend en compte les frais de transaction. Ce ratio, en mesurant la rentabilité par rapport au risque encouru, permet d’avoir une vision globale de la performance. Notre objectif, lors de la création des portefeuilles, était précisément d’optimiser ce ratio. En analysant les résultats sur une fenêtre glissante de 6 mois, il est clair que les tendances de ces ratios sont remarquablement similaires entre les différents portefeuilles.

En moyenne, le portefeuille sans contrainte affiche une performance légèrement supérieure à celle

du portefeuille limité à 50 unités d'intensité carbone. Ces résultats, qui tiennent compte des frais de transaction, sont en phase avec nos prévisions initiales, renforçant l'idée que l'optimisation du ratio de Sharpe est un indicateur fiable pour la construction et l'évaluation de portefeuilles.

Cette approche, qui met l'accent sur la rentabilité ajustée au risque et aux coûts, oriente les investisseurs vers des choix plus avisés, aidant à trouver un équilibre entre la quête de rendement, la maîtrise des risques et les coûts y afférents.

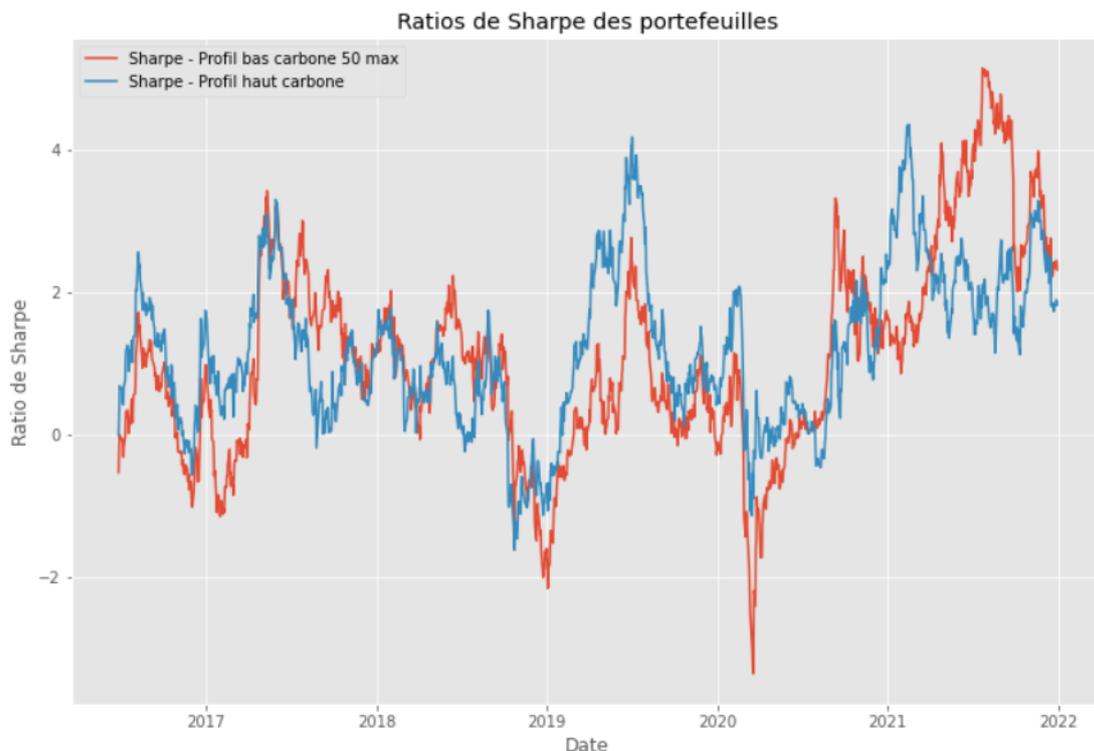


Figure 13 Backtesting du ratio de Sharpe des portefeuilles candidats au cours de la période de Backtesting.

Afin de valider nos observations, un test de Student a été réalisé pour comparer les moyennes des ratios de Sharpe des deux portefeuilles. Les résultats sont présentés dans le Tableau 3.

Statistique de Student	P-value
2.383	0.0086

Table 3 Résultats du test de Student pour les ratios de Sharpe

La p-value obtenue (0.0086) étant inférieure à 0.05, nous rejetons l'hypothèse nulle, concluant à une différence significative entre les performances ajustées au risque des deux portefeuilles. Le portefeuille sans contrainte surpasse significativement le portefeuille à 50 unités d'intensité carbone, validant ainsi notre approche d'optimisation du ratio de Sharpe.

Performance des portefeuilles candidats sur la période du Backtesting

Avant de plonger dans l'analyse détaillée des performances de chaque portefeuille, il est essentiel de comprendre les indicateurs utilisés pour évaluer leur efficacité et leur risque. Ces indicateurs nous permettent de quantifier la réussite d'un portefeuille tout en tenant compte des fluctuations du marché et des divers éléments de risque.

Par exemple, le **rendement annuel** donne un aperçu de la croissance moyenne du portefeuille sur une année, tandis que les **rendements cumulatifs** indiquent la performance totale sur la

période. La **volatilité annuelle** mesure la fluctuation des rendements, souvent associée au niveau de risque. Le **ratio de Sharpe** permet d'évaluer la performance ajustée au risque; un chiffre supérieur à 1 est généralement souhaitable. Le **ratio de Calmar**, quant à lui, rapporte le rendement annuel au **drawdown maximal**, offrant une perspective sur la rentabilité face aux pertes maximales. **Stabilité** donne un indice de constance dans les rendements. **Drawdown maximal** indique la perte la plus importante à un instant T. Les **ratios d'Omega** et **Sortino** sont utilisés pour évaluer les rendements par rapport aux risques à la baisse. Skew mesure l'asymétrie des rendements, et **Kurtosis** identifie la présence de mouvements de prix extrêmes. Enfin, Tail ratio indique la propension aux rendements extrêmes, et **Daily value at risk (VaR)** évalue le risque de perte quotidienne maximale. Ensemble, ces indicateurs forment une image complète de la performance et du risque associé à chaque portefeuille.

Portefeuille à 50 unités d'intensité carbone

Au cours de la période s'étalant du 31 décembre 2015 au 30 décembre 2021, sur un total de 74 mois, le portefeuille a démontré une performance robuste mais non exempte de risques. En témoignent un rendement annuel impressionnant de 20,1% et des rendements cumulatifs de 208,7%, suggérant qu'un investissement initial de 100 \$ aurait augmenté pour atteindre 308,7\$ à la fin de la période.

Toutefois, avec une volatilité annuelle de 25,1%, le portefeuille a subi des fluctuations considérables, confirmées par un drawdown maximal de 42,8%, indiquant une perte significative à un moment donné. Bien que le ratio de Sharpe de 0,85 montre une performance raisonnable ajustée au risque, il reste en dessous du benchmark de 1.

De plus, le ratio de Calmar de 0,47 soulève des préoccupations, suggérant que le portefeuille a connu des pertes plus importantes que ses rendements. Néanmoins, les ratios Omega et Sortino, à 1,17 et 1,23 respectivement, offrent une lueur d'espoir, indiquant un équilibre favorable des rendements, en particulier en ce qui concerne le risque de baisse. Le skew négatif de -0,16 et une Kurtosis de 5,92 montrent que le portefeuille est légèrement incliné vers de plus grandes pertes et a connu des mouvements de prix extrêmes. Enfin, avec un VaR quotidien de -3,1%, il y a une probabilité de 5% de subir cette perte importante en une seule journée. En synthèse, malgré une croissance solide, le portefeuille présente des défis en termes de volatilité et de gestion des risques. Le

Indicateur	Valeur
Date de début	31 décembre 2015
Date de fin	30 décembre 2021
Mois totaux	74
Rendement annuel	20,1%
Rendements cumulatifs	208,7%
Volatilité annuelle	25,1%
Ratio de Sharpe	0,85
Ratio de Calmar	0,47
Stabilité	0,79
Drawdown maximal	42,8%
Ratio d'Omega	1,17
Ratio de Sortino	1,23
Skew	-0,16
Kurtosis	5,92
Tail Ratio	1,07
Daily Value at Risk (VaR)	-3,1%

Table 4 Performance et indicateurs de risque du portefeuille à 50 unités d'intensité carbone.

Portefeuille à 100 unité d'intensité carbone

Le portefeuille, évalué sur une période de 74 mois s'étendant du 31 décembre 2015 au 30 décembre 2021, montre une performance solide. Le rendement annuel s'élève à 22,8%, traduisant une croissance robuste de l'investissement. En termes cumulatifs, cela signifie que tout investissement initial aurait augmenté de 255,3% à la fin de la période testée. La volatilité annuelle, un indicateur de risque, est de 21,4%, ce qui est légèrement supérieur à celle du portefeuille initial, suggérant une fluctuation modérée des rendements.

Le ratio de Sharpe est de 1,07, approchant la barre de 1, indiquant une performance ajustée au risque acceptable. Le ratio de Calmar, se situant à 0,78, suggère que le portefeuille a connu des pertes relativement importantes par rapport à ses rendements. Une stabilité à 0,89 montre que le portefeuille a maintenu sa performance de manière relativement constante au fil du temps.

En ce qui concerne les risques, le drawdown maximal est de -29,3%, ce qui est plus prononcé que celui du portefeuille initial, indiquant une perte maximale plus importante au cours de la période de test. Les ratios d'Omega et de Sortino, respectivement à 1,21 et 1,53, montrent un équilibre raisonnable entre les rendements positifs et négatifs. Un skew de -0,42 suggère une tendance à produire des rendements négatifs plus grands que les rendements positifs. La Kurtosis de 5,59 indique des mouvements de prix relativement extrêmes. Le Tail ratio de 1,07 montre que le portefeuille a une légère prédominance de rendements extrêmes positifs. Enfin, le Daily Value at Risk est de -2,6%, indiquant une probabilité de 5% d'une perte d'au moins cette valeur en une seule journée.

Indicateur	Valeur
Date de début	31 décembre 2015
Date de fin	30 décembre 2021
Mois totaux	74
Rendement annuel	22,8%
Rendements cumulatifs	255,3%
Volatilité annuelle	21,4%
Ratio de Sharpe	1,07
Ratio de Calmar	0,78
Stabilité	0,89
Drawdown maximal	-29,3%
Ratio d'Omega	1,21
Ratio de Sortino	1,53
Skew	-0,42
Kurtosis	5,59
Tail Ratio	1,07
Daily Value at Risk (VaR)	-2,6%

Table 5 Performance et indicateurs de risque du portefeuille à 100 unités d'intensité carbone.

Portefeuille sans contrainte climatique

Le portefeuille couvre une période de 74 mois allant du 31 décembre 2015 au 30 décembre 2021, affiche une performance appréciable. Le rendement annuel s'établit à 22,8%, illustrant une solide croissance durant cette période. En termes cumulés, cela signifie qu'un investissement initial aurait augmenté de 254,7% à la fin de la période analysée.

La volatilité annuelle est de 20,3%, indiquant une relative constance dans les rendements. Le ratio de Sharpe, à 1,11, dépasse légèrement la barre de 1, suggérant une performance ajustée au risque convenable. Le ratio de Calmar à 0,88 montre que le rendement annuel est presque équivalent au drawdown maximal.

La stabilité du portefeuille est évaluée à 0,91, indiquant une performance cohérente sur la durée. Le drawdown maximal enregistré est de -25,8%, soit une baisse importante mais acceptable pour certains investisseurs étant donné le rendement général.

Les ratios d'Omega et de Sortino, respectivement à 1,22 et 1,61, indiquent une excellente performance par rapport au risque. Cependant, un skew de -0,19 laisse entrevoir une petite tendance à avoir des rendements négatifs légèrement plus prononcés que les positifs. La Kurtosis de 4,59 signale une occurrence moindre de rendements extrêmes par rapport à une distribution normale. Par ailleurs, un tail ratio de 0,99 montre un équilibre presque parfait entre les rendements extrêmes positifs et négatifs. Le Daily Value at Risk est de -2,5%, ce qui signifie qu'il y a une probabilité de 5% de subir une perte d'au moins 2,5% en une seule journée.

Indicateur	Valeur
Date de début	31 décembre 2015
Date de fin	30 décembre 2021
Mois totaux	74
Rendement annuel	22,8%
Rendements cumulatifs	254,7%
Volatilité annuelle	20,3%
Ratio de Sharpe	1,11
Ratio de Calmar	0,88
Stabilité	0,91
Drawdown maximal	-25,8%
Ratio d'Omega	1,22
Ratio de Sortino	1,61
Skew	-0,19
Kurtosis	4,59
Tail Ratio	0,99
Daily Value at Risk (VaR)	-2,5%

Table 6 Performance et indicateurs de risque du portefeuille sans contrainte climatique.

En somme, les trois portefeuilles ont chacun démontré des caractéristiques distinctes en termes de rendement, de risque et de stabilité. Le Portefeuille 2 se distingue avec le rendement annuel le plus élevé et une solide performance ajustée au risque, tandis que le Portefeuille 3 suit de près avec des performances similaires. Le Portefeuille 1, bien que présentant un rendement solide, comporte un niveau de risque plus élevé avec une volatilité plus grande et un drawdown maximal significatif. Le choix entre ces portefeuilles dépendra des préférences de chaque investisseur en matière de rendement, de tolérance au risque et aussi en terme de sa vision envers la durabilité de son portefeuille.

En résumé, il est important de souligner que la volatilité annuelle des trois portefeuilles est assez similaire, se situant dans une plage de 20,3% à 25,1%. Cette proximité en termes de volatilité permet une comparaison équitable et significative entre les trois portefeuilles. En termes d'économie financière, cela indique que les trois portefeuilles ont une valeur d'aversion au risque presque équivalente.

4 Impact des frais de transaction sur la performance des portefeuilles

Dans cette section, nous étudions l'impact des frais de transaction sur la performance de différents portefeuilles optimaux. Nous nous concentrons sur trois profils spécifiques établis dans la section précédente : un portefeuille avec une intensité carbone limitée à 50 unités, un autre limité à 100 unités et un dernier sans contraintes carbone.

Notre analyse consiste à évaluer la performance de ces portefeuilles en variant les frais de transaction sur une large gamme de valeurs. Cependant, pour plus de clarté dans la représentation graphique, nous avons choisi de mettre en avant uniquement les seuils de frais où les variations de performance sont les plus significatives.

Dans les trois graphiques présentés ci-dessous, nous comparons deux profils de rendement pour chaque portefeuille, en tenant compte de deux niveaux différents de frais de transaction : 0,25, utilisé dans les sections précédentes, et 10, nettement plus élevé. Chaque graphique représente donc deux trajectoires de rendement cumulé, chacune associée à un niveau différent de frais de transaction, sur la période du backtest.



(a) Trajectoires du rendement cumulé pour un portefeuille à 50 unités d'intensité carbone, en fonction des frais de transaction.



(b) Trajectoires du rendement cumulé le portefeuille à 100 unités d'intensité carbone, en fonction des frais de transaction.



(c) Trajectoires du rendement cumulé du portefeuille sans contrainte climatique en fonction des frais de transaction.

Figure 14 Backtesting des profils en fonction des frais de transaction.

L'analyse de ces graphiques révèle une détérioration de la performance avec des frais de transaction plus élevés. Cette baisse de performance est toutefois influencée par les contraintes climatiques. Les portefeuilles à faible intensité carbone montrent une résistance relative aux frais élevés comparativement aux portefeuilles à forte intensité carbone.

Ainsi, numériquement, prenons l'exemple d'un portefeuille sans contraintes carbone. À l'instant $t=1$, l'allocation optimale était de 500 unités de carbone. À l'instant $t=2$, cette allocation optimale chute drastiquement à 60 unités. Dans un scénario où les frais sont minimales, voire nuls, les frais associés au transaction sont également minimales, permettant un ajustement sans grandes

difficultés financières. En revanche, si les frais sont élevés, il devient plus complexe de rebalancer le portefeuille en raison des frais associés.

De manière analogue, dans le cas d'un portefeuille à faible intensité carbone, la transaction est moins impactant s'il n'y a pas de grand écart entre les allocations successives, comme passer de 50 unités à une allocation similaire. Cependant, il est important de souligner que notre univers d'investissement se compose de seulement quatre actifs. Si cet univers était plus vaste, un portefeuille à faible intensité carbone pourrait rencontrer des difficultés, car la nature de ses investissements pourrait nécessiter des transactions plus drastiques.

Quatrième partie

Conclusion

En conclusion, en nous inspirant des travaux réalisés par la communauté scientifique, nous avons pu établir un programme d'optimisation répondant à notre problème d'allocation d'actifs en intégrant le risque climatique. Au lieu d'adopter des approches de gestion passive telles que celles mises en œuvre par Thierry Roncalli en utilisant des benchmarks, nous avons privilégié une gestion active.

Il est important de souligner que la contrainte que nous avons utilisée a été prédite par les modèles de régression discutés dans la section "participation, ambition, crédibilité". De ce fait, notre champ d'action a été restreint à quatre actifs pour lesquels nous disposions de données pertinentes. Pour ajouter une dimension concrète à notre étude, nous avons évalué l'impact climatique de ces portefeuilles en analysant le budget carbone émis par les portefeuilles ainsi que leur intensité carbone réelle. Ces analyses ont révélé l'importance de la régulation climatique, étant donné que le portefeuille sans contrainte tendait à présenter des écarts importants sur ces deux mesures climatiques.

Bien que nos résultats mettent en avant la nécessité de prendre en compte les enjeux climatiques dans les décisions d'investissement, ils soulignent également les limites de notre étude. En effet, le manque de données à la fois récentes et historiques a restreint notre capacité à élargir notre analyse. Par exemple, dans la section "participation, ambition et crédibilité", nous aurions pu quantifier ces trois piliers si nous avions eu accès à davantage de données. De plus, une exploration plus approfondie en intégrant des indicateurs ESG au lieu de se concentrer uniquement sur le climat aurait été enrichissante. Cependant, ces contraintes de données ont limité la portée de notre étude. En dépit de ces défis, nous croyons fermement que l'allocation d'actifs est un levier majeur pour accompagner la transition vers une économie plus durable.

Références Bibliographiques

- [1] International Energy AGENCY. “World Energy Outlook 2020”. In : (2020). URL : <https://www.iea.org/reports/world-energy-outlook-2020>.
- [2] Intergovernmental Panel on CLIMATE CHANGE. “Global Warming of 1.5°C”. In : (2018). URL : <https://www.ipcc.ch/sr15/>.
- [3] Carbon DELTA. *CARBON DELTA Methodologies Overview*. 2018.
- [4] John DOE et Jane SMITH. “Multi-Period Portfolio Optimization with Sharpe Ratio and Transaction Costs”. In : *Journal of Financial Engineering* (2022).
- [5] A. D. ELLERMAN, C. MARCANTONINI et A. ZAKLAN. “The European Union emissions trading system : ten years and counting”. In : *Review of Environmental Economics and Policy* 10.1 (2016), p. 89-107.
- [6] Eugene F. FAMA et Kenneth R. FRENCH. “The cross-section of expected stock returns”. In : *the Journal of Finance* 47.2 (juin 1992), p. 427-465.
- [7] GIEC. *Changements climatiques 2014 : Rapports de synthèse*. Contribution des Groupes de travail I, II et III au cinquième rapport d'évaluation du Groupe d'experts intergouvernemental sur l'évolution du climat. Genève, Suisse, 2014.
- [8] Maximilian GÖRGEN et al. “Carbon risk”. In : *Available at SSRN 2930897* (2020).
- [9] T. LE GUENEDAL et T. RONCALLI. “Climate Investing : New Strategies and Implementation Challenges”. In : (2022), p. 49-86.
- [10] Théo LE GUENEDAL et Thierry RONCALLI. “Portfolio Construction with Climate Risk Measures”. In : *Available at SSRN 3999971* (2022).
- [11] Harry MARKOWITZ. “Portfolio selection”. In : *The Journal of Finance* 7.1 (1952), p. 77-91.
- [12] MSCI. *MSCI launches solution enabling investors to assess exposure to climate risk*.
- [13] T. RONCALLI. “Sustainable Finance”. In : (2022), p. 3716.
- [14] Théo RONCALLI et al. “Measuring and managing carbon risk in investment portfolios”. In : *Available at SSRN 3681266* (2020).

Cinquième partie

Annexes

1 Annexe A : Participation, ambition et crédibilité pour une stratégie d'alignement

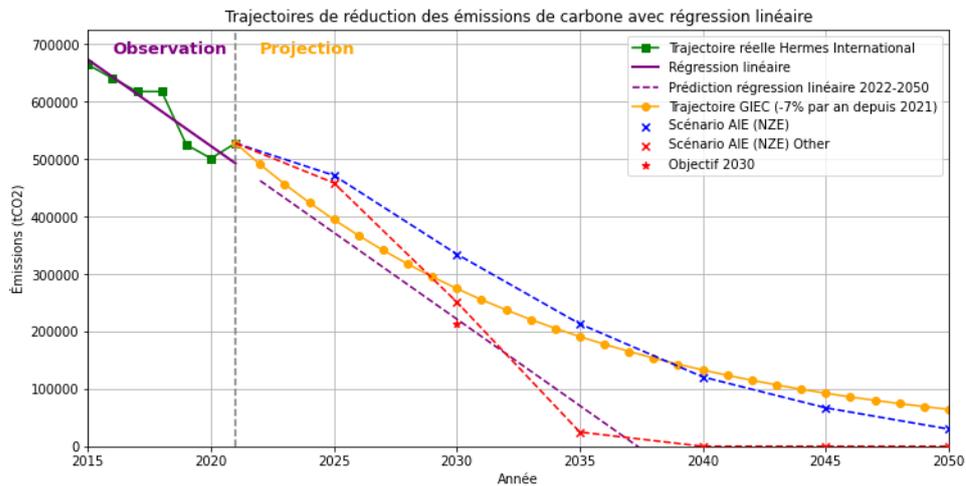


Figure 15 La tendance carbone, le budget carbone, les objectifs et les scénarios NZE pour l'entreprise Hermès International.

Table 7 Évaluation des critères de durabilité pour Hermès International

Critère	Évaluation
Participation	La pente de la régression linéaire est positive, avec une valeur de -30116.5, ce qui suggère une participation positive à la réduction des émissions.
Ambition	L'objectif déclaré de l'entreprise pour 2025 est parfaitement aligné avec les scénarios de décarbonisation, indiquant une ambition positive.
Crédibilité	La pente de la régression linéaire est relativement proche de l'objectif pour 2030, donc on peut juger la crédibilité comme étant positive.

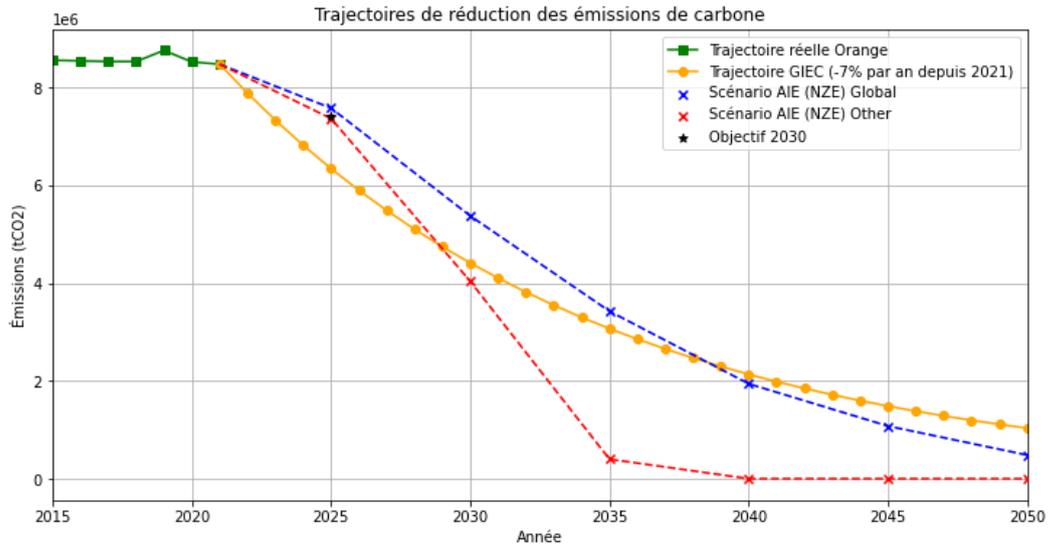


Figure 16 La tendance carbone, le budget carbone, les objectifs et les scénarios NZE pour l'entreprise Orange

Table 8 Évaluation des critères de durabilité pour Orange

Critère	Évaluation
Participation	La pente de la régression linéaire est négative, avec une valeur de 38843.4, ce qui suggère une participation négative à la réduction des émissions.
Ambition	L'objectif déclaré de l'entreprise pour 2025 est parfaitement aligné avec les scénarios de décarbonisation, indiquant une ambition positive.
Crédibilité	La pente de la régression linéaire est relativement proche de l'objectif pour 2030, mais reste négative, donc on peut juger la crédibilité comme étant mitigée.

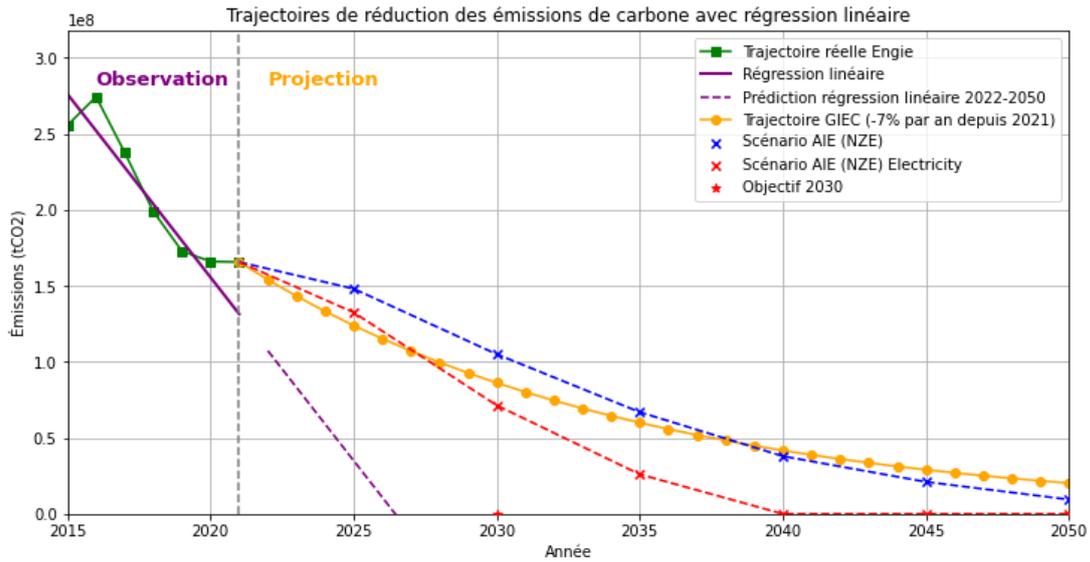


Figure 17 La tendance carbone, le budget carbone, les objectifs et les scénarios NZE pour l'entreprise Engie

Table 9 Évaluation des critères de durabilité pour Engie

Critère	Évaluation
Participation	La pente de la régression linéaire est négative, avec une valeur de -24106693.6, ce qui suggère une participation positive à la réduction des émissions.
Ambition	L'objectif déclaré de l'entreprise pour 2030 est aligné avec les scénarios de décarbonisation, indiquant une ambition positive.
Crédibilité	La pente de la régression linéaire est relativement proche de l'objectif pour 2030, ce qui donne à l'entreprise une crédibilité positive.

2 Annexe B : Présentation de la Base de Données

La base de données que nous utilisons pour notre analyse englobe plusieurs dimensions pertinentes concernant les entreprises étudiées. Les principales colonnes de cette base sont définies comme suit :

- **Company** : Le nom de l'entreprise.
- **Year** : L'année pour laquelle les données sont enregistrées.
- **Carbon_emission_tCO2** : Quantité d'émissions de carbone de l'entreprise en tonnes d'équivalent CO2.
- **Ticker** : Le symbole boursier de l'entreprise.
- **ESG risk** : Risque global lié aux critères environnementaux, sociaux et de gouvernance.
- **E risk** : Risque lié aux critères environnementaux.
- **S risk** : Risque lié aux critères sociaux.
- **G risk** : Risque lié aux critères de gouvernance.
- **controverses** : Indicateur de controverses associées à l'entreprise.
- **moyenne paire** : Moyenne des données pour les entreprises similaires.
- **S&P LT rating** : Notation à long terme par Standard & Poor's.
- **annual return** : Rendement annuel de l'entreprise.
- **annual volatility** : Volatilité annuelle de l'entreprise.
- **Sector** : Secteur d'activité de l'entreprise.
- **Market capitalization** : Capitalisation boursière de l'entreprise.
- **ESG risk_qualitative** : Évaluation qualitative du risque ESG.
- **E risk_qualitative** : Évaluation qualitative du risque environnemental.
- **S risk_qualitative** : Évaluation qualitative du risque social.
- **G risk_qualitative** : Évaluation qualitative du risque de gouvernance.
- **Revenue_M** : Revenus de l'entreprise en millions.
- **Carbon_Intensity** : Intensité carbone de l'entreprise.

Les données historiques relatives aux rendements proviennent de la source **yfinance**. Quant aux informations ESG et aux émissions de carbone, elles sont issues de **sustainableanalysis** et de **WeGreen** respectivement. Il convient de noter que nous avons pris le soin de vérifier les chiffres des émissions de carbone avec ceux présentés dans les rapports annuels des entreprises. En ce qui concerne les entreprises intégrées dans cette base de données, nous nous sommes concentrés sur quatre principales : Orange, Hermès, Capgemini, et Engie.

Cette base de données est un outil essentiel pour notre analyse, car elle offre une vue globale sur les performances environnementales, sociales, de gouvernance et financières de chaque entreprise, nous permettant ainsi d'effectuer une évaluation exhaustive de leurs risques et opportunités dans le contexte du changement climatique et de la durabilité.

3 Annexe C : Backtesting Climatique des portefeuilles

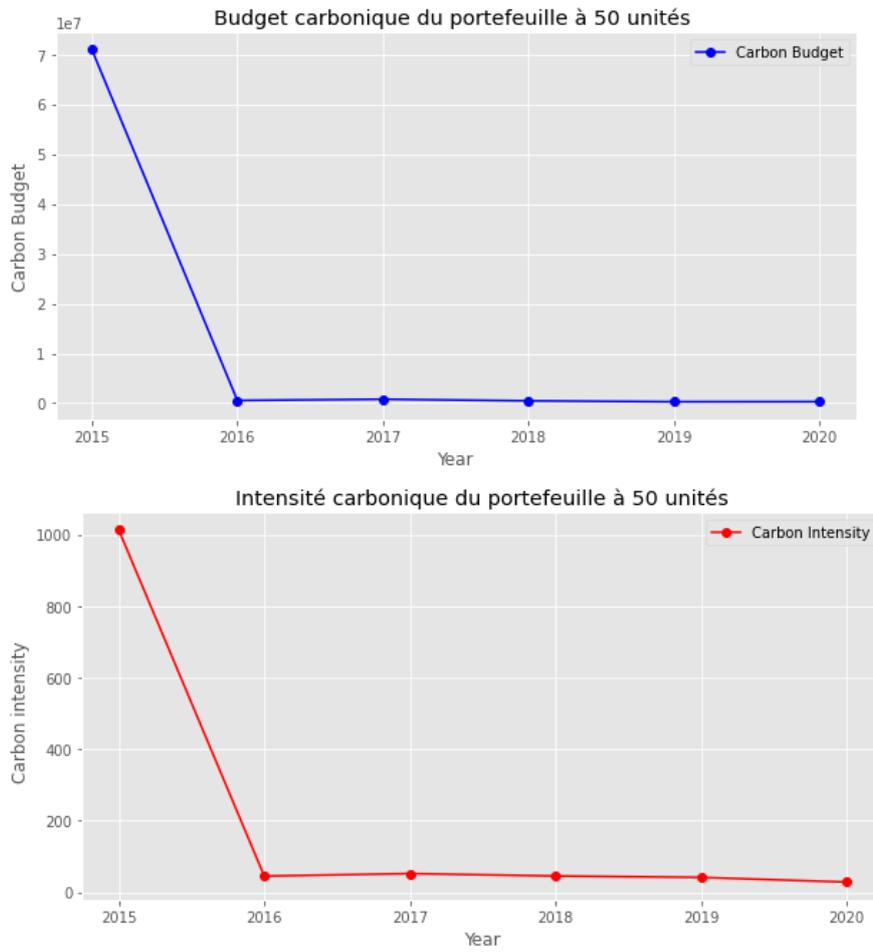


Figure 18 L'intensité et le budget carbone réels du portefeuille à 50 unités

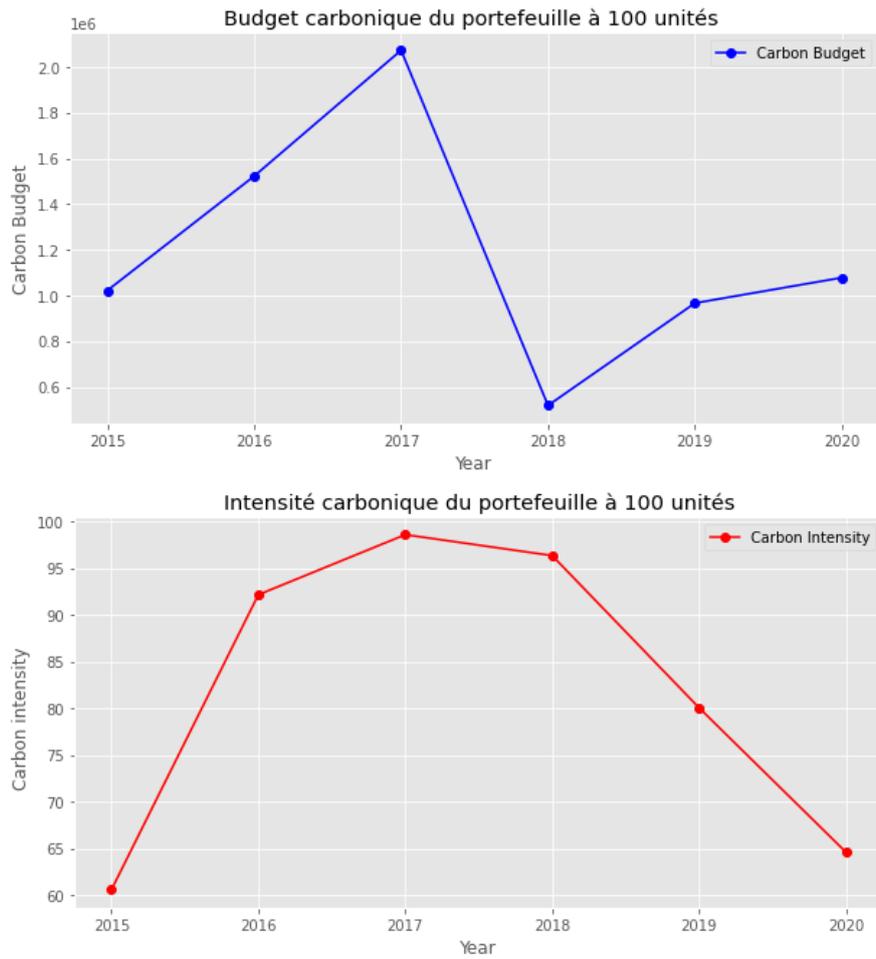


Figure 19 L'intensité et le budget carbone réels du portefeuille à 100 unités

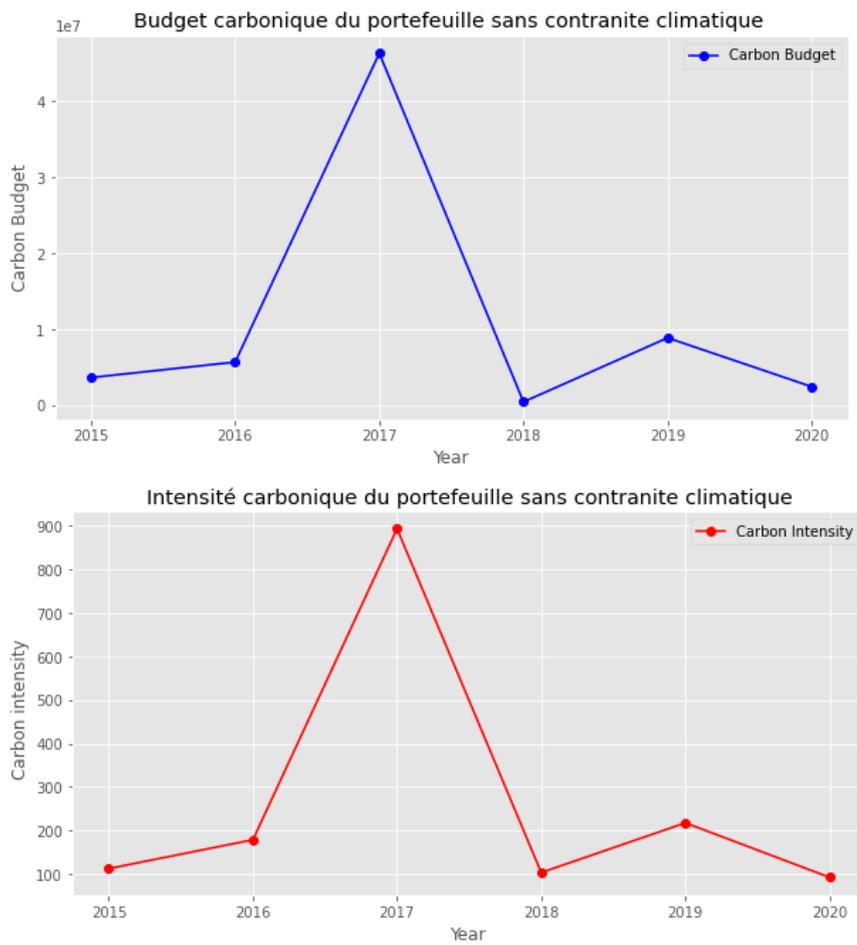


Figure 20 L'intensité et le budget carbone réels du portefeuille sans contrainte climatique

Nexialog Consulting est un cabinet de conseil spécialisé en Banque et en Assurance. Organisés autour de 3 domaines d'activité - Risques Bancaires, Financiers & Assurantiels - nous intervenons au sein des équipes métiers afin de les accompagner depuis le cadrage jusqu'à la mise en œuvre de leurs projets. Associant innovation et expertise, le savoir-faire de notre cabinet a permis de consolider notre positionnement sur ce segment et de bénéficier d'une croissance forte et régulière.

Les besoins de nos clients étant en constante évolution, nous nous adaptons continuellement pour proposer le meilleur accompagnement. Le département R&D de Nexialog Consulting se donne pour objectif de proposer des solutions innovantes à des problématiques métier ou d'actualité. Pour cela, nous nous appuyons sur des bibliothèques internes et sur le travail de nos consultants. Le pôle R&D Nexialog a également pour mission de former les collaborateurs sur l'évolution des techniques et la réglementation en lien avec leur activité.

Site web du cabinet : <https://www.nexialog.com>

Publications : <https://www.nexialog.com/publications-nexialog/>

Contacts

Ali BEHBAHANI
Associé, Fondateur
Tél : + 33 (0) 1 44 73 86 78
Email : abehbahani@nexialog.com

Christelle BONDOUX
Associée, Directrice commerciale
Tél : + 33 (0) 1 44 73 75 67
Email : cbondoux@nexialog.com

Adrien MISKO
Manager R&D
Email : amisko@nexialog.com