

Étude de l'effet de la macro-économie sur la dynamique des migrations de ratings

Nexialog Consulting

7 mars 2022



Résumé

Un rating est un indicateur très important de la solvabilité d'une entreprise. Étudier sa dynamique de migration représente un enjeu crucial dans l'industrie du crédit. Cette note étudie l'impact de la conjoncture économique sur ces migrations de ratings à travers un modèle structurel. Ce type de modèle relie la dynamique des migrations de ratings à la macro-économie à travers l'effet d'un facteur systémique latent. Nous implémentons deux approches de projection de ce facteur commun. La première approche fait appel directement à des facteurs macro-économiques alors que la seconde tente de projeter le facteur latent grâce à un modèle auto-régressif de type ARIMA. Les approches sont testées et comparées sur une base de données réelles de notations Moody's.

Table des matières

Introduction	3
1 Modèles de migration de rating	4
1.1 Modèle homogène à temps discret	4
1.2 Modèle homogène à temps continu	4
1.3 Modèle structurel	5
1.4 Projection du facteur commun	6
2 Implémentation et Résultats	7
2.1 Présentation et traitement des données	7
2.2 Calcul des matrices de migrations TTC	8
2.3 Calcul des barrières du modèle structurel	9
2.4 Calibration des modèles	9
2.4.1 Résolution numérique	9
2.4.2 Résultats et interprétations	10
2.5 Modèle avec facteurs macro-économiques	11
2.5.1 Sélection et traitement des variables macro-économiques	11
2.5.2 Projections et résultats	12
2.6 Modélisation ARIMA dans un modèle structurel	15
2.6.1 Calibration du modèle	15
2.6.2 Estimation des probabilités de migration Point in Time sur les données de validation (2012 - 2020)	15
3 Conclusion	17
Bibliographie	18
Contacts	19

Introduction

Les banques sont des acteurs essentiels au bon fonctionnement de notre économie. Les établissements de crédits assurent à la fois la stabilité et la croissance économique en soutenant les particuliers et les entreprises dans leurs projets d'investissement. Il est primordiale que les risques encourus lors de l'établissement de tels contrats soient mesurés et contrôlés. La crise des subprimes apparue en 2007 aux États-Unis, puis étendue à une crise systémique mondiale, a dévoilé les faiblesses de la réglementation existante à cette époque. Depuis cet évènement majeur, les autorités financières n'ont cessé de renforcer les recommandations et règles visant à limiter ces risques et leurs propagations.

Avec l'évolution de la réglementation bâloise, toute entité engagée à pratiquer une activité bancaire doit avoir un contrôle complet et une connaissance précise des risques auxquelles elle est exposée. En conséquence, les banques conservent des fonds propres afin de se protéger d'éventuelles pertes et de se couvrir de ces risques. Ces risques portent sur différents aspects de l'activité : on retrouve le risque de crédit, le risque de marché et le risque opérationnel. Cette note s'intéresse au risque qui émane des crédits. Lorsqu'un créancier accorde un crédit à une contrepartie, il court le risque que ce dernier ne le rembourse pas aux échéances fixées, engendrant une perte avérée pour la banque.

Afin d'éviter au maximum les pertes, il est dans l'intérêt des banques d'analyser en profondeur le profil de ses clients potentiels afin d'arbitrer sur l'octroi d'un crédit. Depuis l'entrée en vigueur de Bâle II, les banques ont recourt à des systèmes de notations qui permettent de sélectionner, de classifier un ensemble d'emprunteurs par rapport au risque de crédit. La notation de crédit d'un émetteur est une opinion prospective sur la solvabilité globale d'un débiteur. Cette opinion se concentre sur la capacité et la volonté du débiteur à respecter ses engagements financiers lorsqu'ils arrivent à échéance. Afin de s'assurer de la bonne application de ces pratiques et exigences, les acteurs du marché ont besoin d'informations fiables et exhaustives. Les réglementations laisse aux banques la possibilité de faire appel à des agences de notation externes agréées (**Approche Standard**) ou bien d'utiliser leurs propres modèles de notation interne (**Approche de base fondée sur les notations internes**).

Les ratings externes, fournis par les agences de notation, tendent à synthétiser la qualité de gestion de la firme, sa compétitivité et la situation de son secteur d'activité. Ces notes sont réévaluées en permanence. En effet, le rating d'une entreprise est susceptible de s'améliorer ou bien de se dégrader en fonction de l'évolution de son activité ou de la conjoncture économique : on parle de **migration de rating**. Comprendre et analyser l'impact du cycle économique sur les dynamiques de migration est particulièrement important pour les institutions financières. En outre, cela permet à ces dernières de mieux évaluer et anticiper la solidité d'une entreprise en période de crises.

Dans cette note, nous présentons différentes approches qui modélisent l'impact du cycle économique sur les migrations de rating. Les modèles les plus simples, supposent que les migrations ne dépendent pas de facteurs extérieurs. On retrouve notamment les modèles homogènes à temps discret introduits dans [Carty and Fons \(1994\)](#) et à temps continu, présentés dans [Cousin and Khelouen \(2016\)](#). Ces modèles un peu réducteurs, permettent d'avoir une estimation moyenne et au long terme des probabilités de transitions de ratings. On parle de probabilités de transition Through the Cycle.

Les modèles dit structurels étudiés par exemple dans [Feng et al. \(2008\)](#), [Gagliardini and Gouriéroux \(2005\)](#), [Vasicek \(1987\)](#), permettent d'avoir une vision plus dynamique des probabilités de transitions. Ils considèrent que les migrations sont régies par un facteur de risque systémique et un facteur de risque idiosyncratique. Dans ce cas, les probabilités de transitions varient selon le cycle économique. On parle de probabilités Point-in-time. Dans ces modèles structurels, un facteur commun, décrivant le cycle économique, gouverne les lois de transition et peut être inféré puis projeté à partir de variables macro-économiques comme dans [Cousin and Khelouen \(2016\)](#), [Yang and Du \(2015\)](#). Ce choix de variables macro-économique pouvant tout de même être arbitraire, nous proposons une alternative qui n'utilise pas de facteurs macro-économiques mais un modèle de projection de série temporelle, dit ARIMA. Ces modèles structurels peuvent être utilisés pour prédire les dynamiques de migrations de rating ou réaliser des stress tests en fonction de l'évolution de la conjoncture économique.

La première partie de cette note, Section 1, est consacrée à la présentation théorique des modèles. Dans un premier temps nous décrivons les modèles sans facteurs. Dans un second temps, le modèle structurel et ses deux alternatives de projection (l'approche qui met en jeux des variables macro-économiques et l'approche auto-régressive) sont présentés. Nous calibrons et testons ensuite nos modèles sur une même base de notations issues de l'agence Moody's. Les choix d'implémentation et les résultats de prédictions issus des différents modèles sont présentés en Section 2. Nous y comparons les performances des deux approches de projection du facteur systémique. Nous concluons notre étude en Section 3.

1 Modèles de migration de rating

Dans cette partie, nous décrivons différents modèles de migration de rating. Nous présentons tout d'abord deux approches qui considèrent que les dynamiques de transition sont homogènes en temps : une approche à temps discret et une deuxième à temps continu. Puis un troisième modèle, dit structurel, qui suppose que les matrices de transition sont pilotées par un facteur dynamique commun, est étudié en détail. Durant notre étude, nous considérons que ce facteur est observable et qu'il décrit la dynamique du cycle économique. Deux approches possibles de projection de ce facteur seront proposées : une projection impliquant des facteurs macro-économiques et une modélisation en série temporelle avec ARIMA.

On se place dans l'espace de probabilité filtré suivant $(\Omega, \mathcal{A}, \mathbf{F} = (\mathcal{F}_t)_{t \in [0, T]}, \mathbb{P})$. On considère l'espace des notations $\Gamma = \{1, \dots, d\}$. On appelle R^l , le processus de notation de l'entreprise l , à valeur dans $\{1, \dots, d\}$ sur un intervalle de temps $[0, T]$.

δ est défini comme le pas de temps de référence en temps discret, $\Psi = [b_1, \dots, b_N]$, une grille régulière à temps discret de l'intervalle $[0, T]$, avec $\forall i < N, b_{i+1} - b_i = \delta$. Tous processus θ au temps b_k est noté θ_k .

1.1 Modèle homogène à temps discret

Les probabilités de migrations peuvent être estimées par la méthode de Cohorte [Carty and Fons \(1994\)](#). On se place sur la grille à temps discret Ψ et on observe le rating de n entités sur cette grille de temps.

On suppose que $(R^l)_{l \leq n}$ sont des chaînes de Markov, homogènes en temps, indépendantes et identiquement distribuées. Afin d'estimer les probabilités de transition p_{ij} (probabilité de migration de la notation de la classe i vers la classe j sur un intervalle de temps δ), on doit maximiser la vraisemblance suivante

$$L(p) = \prod_{k=1}^{N-1} \prod_{i,j} p_{ij}^{N_k^{ij}},$$

où N_k^{ij} représente le nombre de transitions de i vers j sur la période $[k, k+1]$ et est défini par :

$$N_k^{ij} = \sum_l 1_{(R_k^l = i, R_{k+1}^l = j)}.$$

L'estimateur de maximum de vraisemblance est donné par

$$\hat{p}_{ij} = \frac{\sum_{k=1}^{N-1} N_k^{ij}}{\sum_{k=1}^{N-1} N_k^i},$$

avec $N_k^i = \sum_{j=1}^d N_k^{ij}$, le nombre observé d'individus en rating i à la date k . Cette approche discrète présente quelques limites. Si le pas de temps de l'échelle est choisie trop large, une telle modélisation ne capture que très peu les transitions intermédiaires et rares. La modélisation en temps continue semble alors plus réaliste et est étudiée en partie suivante.

1.2 Modèle homogène à temps continu

Nous nous référons à [Cousin and Kheliouen \(2016\)](#) pour les détails des modèles à intensités ainsi que les preuves des résultats annoncés. On considère que les processus de migration de rating R^l

évoluent sur un intervalle de temps continu $[0, T]$. On suppose que ces processus ont une structure de chaîne de Markov en temps continu, conditionnellement indépendantes et à intensité constante $\Lambda = [\lambda_{ij}]_{i,j \in \{0, \dots, d\}}$. On note t_k^l l'instant du k^{eme} saut de l'entreprise l et N^l , son nombre total de sauts sur la période $[0, T]$. Pour $i \neq j$ et dt très petit, on peut fournir une approximation de l'intensité de saut entre le rating i et j , notée λ_{ij} tel que

$$\lambda_{ij} dt \approx P(R_{t+dt}^l = j | R_t^l = i).$$

Soit Λ la matrice génératrice d'intensité, $\Lambda = [\lambda_{ij}]_{i,j \in \{0, \dots, d\}}$. D'après [Cousin and Khelouen \(2016\)](#), la log vraisemblance marginale du modèle s'écrit sous la forme suivante

$$\log(\mathbf{L}_{ij}) = \sum_{l=1}^n \sum_{k=1}^{N_l} Y_{ij}^l(t_k^l) \log \lambda_{ij} - \sum_{l=1}^n \sum_{k=1}^{N_l} L_i^l(t_k^l) \lambda_{ij} (t_k^l - t_{k-1}^l)$$

avec $Y_{ij}^l(t_k^l) = 1_{(R_{t_k^l}^l = i, R_{t_{k+1}^l}^l = j)}$ pour $k = 1 \dots N_l - 1$, $Y_{ij}^l(t_k^l) = 0$ pour $k = N_l$

et $L_i^l(t_k^l) = 1_{(R_{t_k^l}^l = i)}$ pour $k = 1 \dots N_l$. Le maximum de vraisemblance est alors

$$\hat{\lambda}_{ij} = \frac{\sum_{l=1}^n \sum_{k=1}^{N_l} Y_{ij}^l(t_k^l)}{\sum_{l=1}^n \sum_{k=1}^{N_l} L_i^l(t_k^l) (t_k^l - t_{k-1}^l)}.$$

L'estimateur de l'intensité de saut entre le rating i et j s'interprète comme le rapport entre le nombre total de transitions de i vers j et le temps cumulé passé en rating i . On peut alors calculer, la matrice de probabilités de transition sur un intervalle de temps δ par

$$P(0, \delta) = \exp(\delta \times \hat{\Lambda}), \text{ avec } (\hat{\Lambda})_{ij} = \hat{\lambda}_{ij}.$$

Cette approche est reconnue pour être plus fine, plus respectueuse des événements rares, et donc plus réaliste que l'approche en temps discret.

1.3 Modèle structurel

Dans ce modèle, on suppose que les migrations de rating sont régies par l'effet d'un processus. En reprenant les notations précédentes, N_k^i représentent le nombre de firmes dans la classe i à la date t_k , N_k^{ij} le nombre de firmes qui migrent de la classe i vers la classe j entre t_k et t_{k+1} . On a alors $\forall k, \sum_{j=0}^d N_k^{ij} = N_k^i$. Dans cette approche, notamment étudiée dans [Cousin and Khelouen \(2016\)](#) et [Gagliardini and Gouriéroux \(2005\)](#), on suppose que les migrations de rating d'une firme l sont régies par la dynamique d'un processus S^l . Le processus de notation R^l dépend de la position d'un processus S^l par rapport à une suite de barrières $(C_j^i)_{(i,j=1..d)}$ qui définit le seuil de transition du rating i au rating j .

$$R_k^l = \sum_{i=1}^d \left(\sum_{j=1}^d j 1_{C_{j+1}^i \leq S_k^l \leq C_j^i} \right) 1_{(R_{k-1}^l = i)}.$$

On suppose que le processus S^l est une transformation affine déterministe d'un facteur systématique, observable X et d'un facteur de risque idiosyncratique ϵ^l . On note \mathbf{F}^X , $\mathbf{F}^X \subseteq \mathbf{F}$, la filtration naturelle générée par le processus X . X_k et ϵ_k^l sont supposés indépendants et suivent une loi normale centrée réduite. Les $(\epsilon_k^l)_l$ sont également supposés iid¹.

$$S_k^l = \sum_{i=1}^d (\sqrt{\rho_i} X_k + \sqrt{1 - \rho_i} \epsilon_k^l) 1_{R_{k-1}^l = i},$$

avec ρ_i la corrélation du facteur X à la classe de notation i .

La calibration des seuils C_j^i se fait par passage aux probabilités inconditionnelles :

$$p_{ij} = \mathbb{E}_{X_k} [\mathbb{P} [C_{j+1}^i \leq S_k^l < C_j^i | R_{k-1}^l = i, X_k]].$$

1. indépendantes et identiquement distribuées

Sachant le rating au temps t_{k-1} , S_k suit une loi normale centrée réduite, on obtient donc $p_{ij} = \Phi(C_j^i) - \Phi(C_{j+1}^i)$ et $p_{id} = \Phi(C_1^i)$. Enfin, par itération on retrouve l'expression de la barrière

$$C_j^i = \phi^{-1} \left(\sum_{q>j} p_{iq} \right) \forall i, j = 1 \dots d. \quad (1)$$

On peut écrire alors les probabilités de migration conditionnelles au facteur dynamique X_k comme suit :

$$\begin{aligned} p_{ij}(X_k) &= \mathbb{P}[R_k^l = j | R_{k-1}^l = i, X_k] \\ &= \mathbb{P}[C_{j+1}^i \leq S_k^l < C_j^i | R_{k-1}^l = i, X_k] \\ &= \mathbb{P}\left[\frac{C_{j+1}^i - \sqrt{\rho_i} X_k}{\sqrt{1 - \rho_i}} \leq \epsilon_k^l < \frac{C_j^i - \sqrt{\rho_i} X_k}{\sqrt{1 - \rho_i}} \middle| X_k \right]. \end{aligned} \quad (2)$$

Or ϵ_k^l suis une loi normale centrée réduite. On obtient donc

$$p_{ij}(X_k) = \Phi\left(\frac{C_j^i - \sqrt{\rho_i} X_k}{\sqrt{1 - \rho_i}}\right) - \Phi\left(\frac{C_{j+1}^i - \sqrt{\rho_i} X_k}{\sqrt{1 - \rho_i}}\right). \quad (3)$$

A cette étape, l'objectif est de déterminer les paramètres du modèles : les $(\rho_i)_i$, corrélation entre les classes de rating et une réalisation du facteur systémique X, afin de relier la macro-économie avec ce facteur. Pour cela il est possible d'inférer une trajectoire du facteur systémique X ainsi que d'obtenir une estimation des ρ_i , en maximisant la log vraisemblance conditionnelle. Nous nous appuierons alors sur ces réalisations estimées pour proposer un modèle qui explique le facteur systémique à l'aide de variables macro-économiques.

La loi conditionnelle de N_k^{ij} sachant le facteur X_k , est une loi multinomiale. La vraisemblance conditionnelle du modèle s'écrit donc :

$$\mathbf{L}(\rho, (X_k)_k | \mathcal{F}^X) = \prod_{k=0}^{T-1} \prod_{i=1}^d \binom{N_k^i}{N_k^{i0} N_k^{i1} \dots N_k^{iR}} p_{i0}^{N_k^{i0}}(k) \times p_{i1}^{N_k^{i1}}(k) \times \dots \times p_{iR}^{N_k^{iR}}(k) \quad (4)$$

avec
$$p_{ij}(X_k) = p_{ij}(k) = \mathbb{P}[C_{j+1}^i < S_k^l < C_j^i | X_k] = \Phi\left(\frac{C_{j+1}^i - \sqrt{\rho_i} X_k}{\sqrt{1 - \rho_i}}\right) - \Phi\left(\frac{C_j^i - \sqrt{\rho_i} X_k}{\sqrt{1 - \rho_i}}\right)$$

En considérant la trajectoire de X comme un paramètre du modèle, il est possible d'obtenir une estimation de la trajectoire du facteur X aux dates $k = 1 \dots T$, en maximisant cette vraisemblance. Cette maximisation nous permet également d'obtenir une estimation des paramètres ρ_i . Notre objectif est d'estimer le facteur X en temps réel et de le projeter. Puisque ce facteur se veut être un représentant observable de la santé économique, une idée consiste à le relier aux variables macro-économiques. Cette approche permet alors, en utilisant des modèles de projection de facteurs macro-économiques, d'obtenir une méthode de projection forward looking des migrations de rating. Une seconde idée suppose que toutes l'information sur le cycle économique est contenue dans l'historique de facteur. Un modèle de projection de série temporelle est en ce sens proposé. Ces deux approches alternatives sont décrites en Section 1.4.

1.4 Projection du facteur commun

Historiquement, les périodes de récession et de croissance économiques impactent fortement les ratings des entreprises. Durant la crise mondiale de 2008, plusieurs entreprises ont vu leurs notes se dégrader, voir ont fait défaut. Une première approche consiste à expliquer le facteur X_t en fonction de variables macro-économiques et financières à l'aide d'un modèle de régression linéaire multiple.

Comme approche alternative, nous proposons de projeter le facteur systémique calibré à l'aide d'un modèle ARMA [Adhikari and Agrawal \(2013\)](#). Ce modèle cherche à estimer la prochaine valeur de la série temporelle en fonction de son historique. Un modèle $ARMA(p, q)$ intègre les deux processus suivants :

- *Autorégressif* AR(p) : Chaque point peut être prédit par la somme pondérée des **p** points précédents en plus d'un terme d'erreur.
- *Moyenne mobile* MA(q) : afin d'assurer le caractère aléatoire de la série temporelle, on intègre une somme pondérée de **q** bruits blanc.

Le modèle $ARMA(p, q)$ s'écrit comme suit :

$$(I - \sum_{i=1}^p \alpha_i \times B^i)X_t = (I + \sum_{j=1}^q \beta_j \times B^j)\epsilon_t \quad (5)$$

avec α_i et β_j les coefficients du modèle et ϵ_t un bruit blanc. L'estimation des modèles ARMA supposent que l'on travaille avec des séries temporelles faiblement stationnaires, ce qui n'est pas forcément le cas du facteur systémique calibré.

Définition Un processus temporelle $X_1 \dots X_t$ est dit faiblement stationnaire si :

1. $\mathbb{E}[X_i] = \mu \quad \forall i \in [1..t]$
2. $\mathbb{V}[X_i] = \sigma^2 \neq 0 \quad \forall i \in [1..t]$
3. $Cov[X_i, X_{i-k}] = \phi_k \quad \forall i \in [1..t], \forall k \in [1..t]$

Pour stationnariser un processus, on peut le différencier en appliquant l'opérateur $\Delta(X_t) = X_t - X_{t-1}$ plusieurs fois. Cette approche de projection est connue dans la littérature sous le nom d'ARIMA.

En plus des processus AR et MA, les modèles ARIMA(p,d,q) intègrent un processus de différenciation. Ce concept est souvent utilisé pour éliminer les tendances des séries chronologiques afin de les rendre stationnaires. Le paramètre **d** représente le nombre d'intégration requis. En pratique, il est préférable de ne pas dépasser l'ordre $d = 2$. Le modèle ARIMA(p,d,q) s'écrit alors :

$$(I - \sum_{i=1}^p \alpha_i \times B^i)(I - B)^d X_t = (I + \sum_{j=1}^q \beta_j \times B^j)\epsilon_t \quad \text{avec } B^k X_t = X_{t-k} \quad (6)$$

Sans connaissance à priori sur la série temporelle, il est possible de déterminer les autres paramètres du modèle p et q graphiquement ou en analysant les fonctions d'auto-corrélation (pour déterminer **q**) et d'auto-corrélation partielle (pour déterminer **p**). Il est également possible de déterminer intuitivement des bornes supérieures de ces paramètres en essayant de maximiser une mesure de qualité de modèle telle que l'AIC ou le BIC [Adhikari and Agrawal \(2013\)](#).

2 Implémentation et Résultats

Cette section est consacrée à la présentation des résultats fournis par l'application des deux approches de projection, décrites en section précédente. Ces résultats sont obtenus à partir d'une base de notations réelles Moody's.

2.1 Présentation et traitement des données

Pour réaliser notre étude, nous utilisons une base de notations **Moody's**. Nous utilisons uniquement des données agrégées (nombre de transitions). L'échantillon considéré contient 7791 jours de janvier 2000 à mai 2021. Cette période a été marquée par 3 crises mondiales : Le krach boursier 2000-2002 qui fait suite à la bulle internet, la crise économique mondiale 2007-2008 et la crise économique provoquée par la crise sanitaire débutant en mars 2020. Nous étudions l'évolution des notations à long terme (LT) de 5030 entités corporatives, sans considération ou segmentation sectorielle. Le pas de temps choisi pour le calcul des probabilités de migration est de 30 jours.

Moody's utilise une échelle de notation composée de 21 rating, Aaa correspond au niveau du risque de crédit le plus bas et C traduit un défaut de paiement avec perspectives extrêmement faibles

d'atteindre un niveau propice à l'investissement. Afin de simplifier le modèle, nous agrégeons ces classes de rating en cinq groupes : **A** et **Baa** appartenant à la catégorie d'investissement, **Ba**, **B** et **C** appartenant à la catégorie spéculative. La Table 1 résume cette agrégation.

A	Baa	Ba	B	C
Aaa	Baa1	Ba1	B1	Caa1
Aa1	Baa2	Ba2	B2	Caa2
Aa2	Baa3	Ba3	B3	Caa3
Aa3				Ca
A1				C
A2				
A3				

Table 1 Agrégation des notations

Moody's attribue la mention *W* lorsque les données sont manquantes ou censurées. Il existe de nombreuses façons de gérer le statut "non noté" (*W*). Nous pouvons le considérer comme une mauvaise, une bonne, ou une information indifférente pour le crédit. Il est également possible attribuer à l'entreprise la dernière note accordée jusque là ou encore de ne pas considérer du tout cette notation. Selon [Carty \(1997\)](#), seul un petit nombre (environ 13 pour cent) des migrations vers la catégorie non notée sont liées à des changements dans la qualité du crédit. Cet argument a motivé [Nickell et al. \(2000\)](#) à utiliser la dernière méthode, qui consiste simplement à retirer de l'échantillon toutes les entités qui expérimente le statut non noté. Mais cette approche est douteuse au regard de la perte d'information. Dans cette étude, nous considérons le statut non noté comme une censure. Pour ce faire, nous éliminons progressivement les entreprises dont la notation est retirée et nous les ajoutons lorsqu'une nouvelle notation est fournie. La Table 2 ci-après décrit la répartition moyenne de chaque note dans notre échantillon.

	A	Baa	Ba	B	C
Fréquence	23.34%	30%	18.5%	24.15%	4.02%

Table 2 Fréquence des notations

2.2 Calcul des matrices de migrations TTC

Dans cette partie, nous présentons les matrices de migrations TTC² (Through the cycle) calculées à partir des modèle homogènes à temps discret et à temps continu décrits dans les sous sections 1.1 et 1.2. Ces deux matrices, présentées en Table 4 et Table 3, sont estimées à partir de données d'apprentissage couvrant la période 2000-2012.

	A	Baa	Ba	B	C
A	0.996	0.004	0	0	0
Baa	0.002	0.995	0.003	0	0
Ba	0	0.003	0.989	0.008	0
B	0	0	0.006	0.987	0.007
C	0	0	0	0.017	0.983

Table 3 Matrice de migration TTC à 30 jours avec le modèle homogène à temps discret

	A	Baa	Ba	B	C
A	0.996	0.004	0	0	0
Baa	0.003	0.994	0.003	0	0
Ba	0	0.005	0.988	0.007	0
B	0	0	0.005	0.987	0.008
C	0	0	0	0.017	0.983

Table 4 Matrice de migration TTC à 30 jours avec le modèle homogène à temps continu

2. indépendants du cycle économique

Il est intéressant de noter que les probabilités de migration de rating sont plus élevées chez les catégories spéculatives que chez les bien notées. Plus une entité est bien notée, plus elle est stable dans son rating. Dans ce cas ci, les deux matrices sont quasi-identiques. Mais dans le cas générale, l'estimateur continu est préféré car plus sensible aux évènements rares que le cas discret. En effet, un évènement qui n'apparaîtrait pas dans l'échantillon mais qui est plausible au sens du risque mesuré (une transition intermédiaire par exemple...) sera crédité d'un 0 dans le modèle discret, au contraire du modèle continu qui respecte la possibilité, même infime, de l'occurrence tel évènement.

Enfin, seules la diagonale principale et les deux diagonales «secondaires» admettent des valeurs significatives. C'est-à-dire que les transitions de plus de 2 classes sont hautement improbables sur un pas de temps de 30 jours (mais peuvent se produire pour des pas de temps plus grand) ou bien que ces évènements n'ont tout simplement pas lieu dans notre échantillon et ne sont pas plausibles.

A l'aide de ces estimateurs TTC, nous estimons maintenant les barrières du modèle structurel comme décrit en Section 1.3.

2.3 Calcul des barrières du modèle structurel

A partir de la matrice de migration TTC retrouvée avec le modèle à intensité constante (Table 4), l'équation 1 permet d'obtenir les valeurs des barrières du modèle structurel. Ces dernières sont données en Table 5.

	A	Baa	Ba	B	C
A	$+\infty$	-2.72	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$
Baa	$+\infty$	2	-1.85	$-\infty$	$-\infty$
Ba	$+\infty$	$+\infty$	1.63	-1.42	$-\infty$
B	$+\infty$	$+\infty$	$+\infty$	1.44	-1.7
C	$+\infty$	$+\infty$	$+\infty$	$+\infty$	0.93

Table 5 Valeurs des différentes barrières C_i^j

La dégradation d'une note est provoquée par une baisse significative du processus latent. Par exemple, lorsque S^l passe en dessous de -1.7, la firme l classée en B subit une dégradation de sa note vers C.

2.4 Calibration des modèles

Cette section présente les résultats de calibration des modèles. Pour le modèle structurel, nous estimons les (ρ_i) et la trajectoire du facteur X par maximum de vraisemblance comme décrit en section 1.3. Pour le modèle ARIMA, les différents paramètres en jeux (p,d,q) sont déterminés.

2.4.1 Résolution numérique

La fonction optimize.minimize du package Scipy offre plusieurs méthodes numériques de recherche d'argument minimum de fonctions complexes. Le choix de la méthode dépend de la nature des contraintes du problème. COBYLA (Constrained Optimization BY Linear Approximation) figure parmi les méthodes les plus répandues dans la littérature pour l'optimisation sous contraintes. COBYLA permet l'optimisation de problèmes linéaires où l'expression du gradient de la fonction objective n'est pas connue. L'une des difficultés de cette méthode est que la convergence de l'algorithme est très sensible au vecteur d'initialisation. Dans notre cas, on cherche à calibrer X_t et σ_i sur les données d'apprentissages collectées entre janvier 2000 et décembre 2011 sous contraintes que $0 < \rho_i < 1$ et $\text{Var}(X_t)=1$.

2.4.2 Résultats et interprétations

La période de calibration (2000-2012) du modèle est assez mouvementée. La première décennie du 21ème siècle a été marquée par le krach boursier de 2001-2002, les attentats du 11 septembre et enfin la crise économique mondiale de subprimes de 2008.

Les valeurs de corrélation obtenues à partir de notre échantillon sont données en Table 6.

	A	Baa	Ba	B	C
ρ	0.03	0.1	0.13	0.15	0.16

Table 6 Coefficients de corrélation

Il est clair que plus la classe de rating représente des firmes mal notées, plus elle est corrélée à la conjoncture économique, c'est à dire au risque systématique. Il est effet assez logique que les entreprises les plus fragiles, soient davantage sensibles aux variations du cycle économique que les entreprises bien notées. La classe de rating **A** n'est, par exemple, que très peu liée au cycle économique. Ces entreprises sont au contraire, très sensibles au risque idiosyncratique.

Le taux de défaut des firmes est un bon indicateur de crise financières et donc de la santé économique. En ce sens, la Figure 1 compare la trajectoire du facteur calibré avec les taux de défauts observés sur la période 2000-2012.

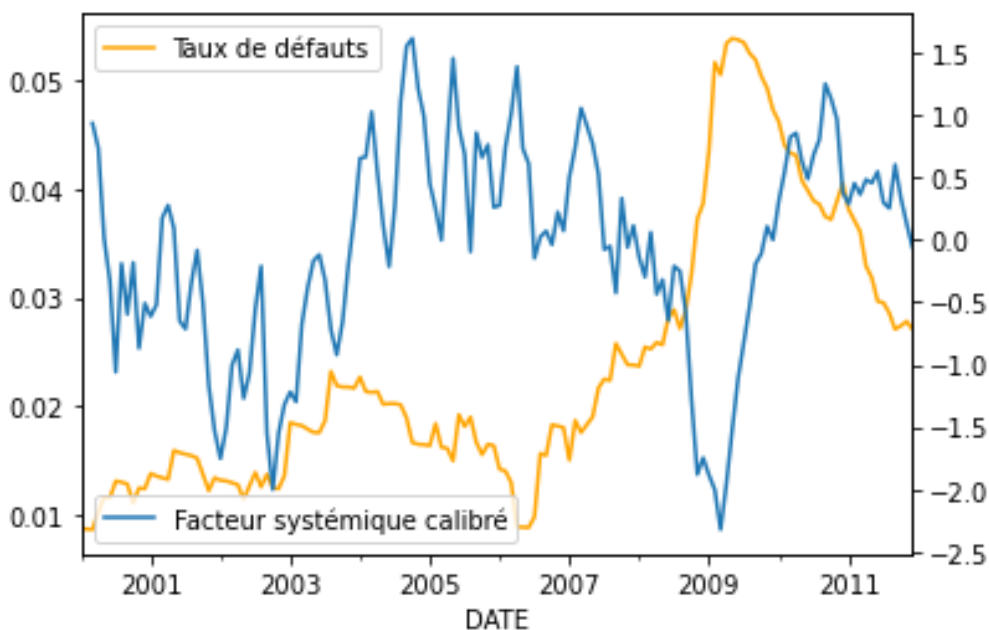


Figure 1 Facteur systématique calibré sur données d'apprentissage et taux mensuel de firmes qui font défauts entre 2000 et 2012

On remarque graphiquement que les deux courbes sont corrélés négativement, notamment à partir de 2003. Lorsque le taux de défaut des firmes augmente, notamment comme au début de la décennie, période agitée par le krach boursier de 2001 et les attentats du 11 septembre, le facteur systématique couvre une baisse significative. De même, lors de la crise de 2008, le facteur systématique est à son plus bas niveau. Au contraire, durant les périodes de relance économique post crises, le facteur systématique connaît une augmentation significative.

Le coefficient de corrélation entre ces deux series est de **-0,71**. Cette valeur confirme notre intuition. Le facteur systématique calibré est très corrélé au cycle économique et en est un bon indicateur.

L'étude du facteur systématique représente un réel outil de quantification de la santé économique et de détection de crises. Des projections de ce facteur permettent de simuler des périodes de crises

pour stresser les probabilités de migration PIT et prévoir la dynamique des transitions dans de telles circonstances.

2.5 Modèle avec facteurs macro-économiques

Dans cette partie, on expérimente de projeter le facteur systémique à l'aide de variables macro-économiques.

2.5.1 Sélection et traitement des variables macro-économiques

Le facteur systémique s'est avéré être fortement corrélé au cycle économique. Il est donc naturel d'essayer de le relier à des facteurs macro-économiques caractéristiques du cycle économique, à l'aide d'un modèle de régression multiple. Cette méthodologie permet d'expliquer la dynamique du facteur X en fonction du cycle économique. Pour ce faire, on sélectionne et introduit dans notre modèle des variables macro-économiques, financières et de matières premières. Les observations de ratings concernent uniquement des entreprises basées aux États-Unis et dans la zone Euro, nous avons sélectionné principalement des variables macro-économiques relatifs à ces zones. Ci-après la liste des facteurs considérés dans cette étude, issus du site de FEDERAL RESERVE BANK OF ST. LOUIS.

États-unis : Taux de chômage, taux de change effectif réel (TCER), indice de production industrielle totale, taux d'épargne des particuliers, taux d'intérêt des obligations d'État à long terme (10 ans), taux de participation à la main d'œuvre, croissance du PIB, taux de l'échéance constante (TEC), subventions aux états.

Zone Euro : Taux de chômage, taux de change effectif réel (TCER), indice de production industrielle totale, taux d'intérêt des obligations d'État à long terme (10 ans), croissance du PIB, indice de prix à la consommation, total des actifs de la banque centrale européenne (BCE) et Taux interbancaire LIBOR 3mois.

Variables financières et de commodities : Prix du pétrol, prix de l'or, taux de change dollar-euro, indices Euro STOXX, NASDAQ, NIKKEI 225 et CAC40.

Sur la période 2000-2012, on cherche à lier ces variables, relevés tous les 30 jours, à la trajectoire du facteur calibré sur la même période. Un modèle de régression linéaire multiple permet d'établir ce lien. Le modèle obtenu permet, par l'intermédiaire du facteur systémique d'étudier la variation des transitions de rating en fonction du comportement des variables macro-économiques. Étant donné le grand nombre de facteurs macro-économique (27), une analyse en composantes principales a été menée afin de réduire le nombre de variables.

Analyse en Composantes Principales (ACP)

Les facteurs de l'ACP sont orthogonaux, non corrélés, débruités et permettent une meilleure étude descriptive de nos variables de départ. On représente dans la table 7 les pourcentages d'inertie expliqués par les 5 premiers facteurs de l'ACP.

Axes	Pourcentage de variance	Pourcentage de variance cumulée
Fact 1	37.83%	37.83%
Fact 2	28.47%	66.3%
Fact 3	13.7%	80%
Fact 4	7.5%	87.5%
Fact 5	5.28%	92.78%

Table 7 Pourcentage d'inertie expliquée selon les axes

L'estimation d'un modèle de régression linéaire sur la période 2000-2012, avec les facteurs principaux conduit à retenir la forme suivante

$$\mathbf{X} = -0.17 - 0.06 \times \mathbf{Fact1} + 0.21 \times \mathbf{Fact2} - 0.49 \times \mathbf{Fact3} + 0.26 \times \mathbf{Fact4} + \epsilon$$

avec $R^2=0.38$.

En analysant les participations de variables, on remarque que les variables macro-économiques de la zone euro et US, contribuent le plus au premier et au troisième facteur alors que le deuxième axe est constitué principalement de variables financières. En analysant les sensibilités des différentes variables, on peut déduire que les variables macro-économiques expliquent mieux le facteur systémique.

2.5.2 Projections et résultats

Afin de mesurer les performances de nos modèles, nous choisissons la métrique M_1 suivante :

$$M_1 = \frac{RMSE}{Moyenne\ observations} \quad avec \quad RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{N_{obs}} (Obs_i - Prédiction_i)^2}{N_{obs}}}$$

Afin de valider le choix du modèle de régression proposé, nous comparons sur la figure 2, la trajectoire calibrée du facteur systémique sa trajectoire de validation sur l'échantillon d'apprentissage. La trajectoire calibrée du facteur fait référence à la trajectoire obtenue par maximum de vraisemblance alors que la trajectoire de validation est obtenue à partir du modèle de régression.

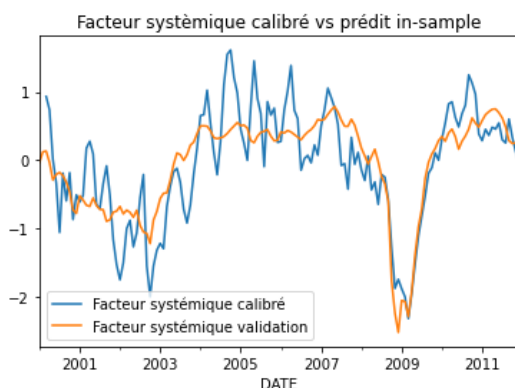


Figure 2 Dynamique calibrée et dynamique de validation du facteur systémique

On remarque que la trajectoire du facteur X calibrée par maximum de vraisemblance, est plus volatile. L'estimation par régression peut être vue comme un version lissée de cette dernière. En effet, notre modèle ne permet pas de capturer de courtes variations. La dynamique des migrations de rating ne peuvent pas être expliquées uniquement à partir des facteurs macro-économiques. En plus de la conjoncture économique, le processus de migration est en partie un processus humain qui se base sur de l'information inconnue. Ce processus est régi en partie par un risque idiosyncratique, gouverné par des propriétés spécifiques à chaque entreprise, non prises en compte dans ce modèle et qui en s'agrégeant peuvent emmêler du bruit. En ignorant ces fluctuations, les deux trajectoires sont similaires sur le reste de la période de calibration, notamment durant la crise de 2008.

Estimation des probabilités de migration Point in Time sur les données de validation (2012 - 2020)

Dans cette partie, nous présentons les résultats d'estimations de probabilités de migration PIT sur la période de validation de 2012 à 2020. Avant de présenter les résultats de notre modèle de prédiction, il est important de contextualiser cette période de validation. Les périodes à la fin de l'année 2015 et du début de l'année 2016 ont été marquées par le krach des marchés asiatiques suite à une bulle financière déclarée fin 2014. Cette crise touche grièvement la zone Euro : plusieurs

indices boursiers européens plongent de plus de 10%. A titre d'exemple, le CAC40 perd 16% de sa valeur début 2016 par rapport à 2015. Le début de l'année 2020 est marqué par la crise économique mondiale provoquée par la pandémie du Covid-19. Plusieurs indicateurs macro-économiques enregistrent des valeurs records. On présente sur la table 8 l'évolution des taux de croissance du PIB (zone Euro) et du chômage (USA) ainsi que subventions d'état (USA) enregistrés entre janvier et juillet 2020. Ces prêts d'état permettent d'atténuer la crise économique et de stabiliser la situation.

Date	Croissance du PIB (EURO)	Taux de chômage (USA)	Subventions (USA)
Janvier 2020	0.76%	3.5%	640.58 Md\$
Février 2020	0.65%	3.5%	893.73 Md\$
Mars 2020	-11.2%	4.4%	1146.9 Md\$
Avril 2020	-13.6%	14.8%	1400 Md\$
Mai 2020	-14.8%	13.3%	1180 Md\$
Juin 2020	-11.3%	11.1%	959 Md\$
Juillet 2020	-7.8%	10.2%	738.3 Md\$

Table 8 La croissance du PIB, le taux de chômage et la somme des subventions aux états enregistrés au début de la pandémie du Covid-19

Les barrières estimées et le modèle de régression calibré, on utilise (3) pour estimer les probabilités de migrations mensuelles en fonction des valeurs mensuelles des variables macro-économiques sur la période de validation. La Figure 3 présente les estimations des probabilités de migrations de rating PIT mensuelles pour la transition d'upgrade (Ba vers Baa) et la transition de downgrade (Ba vers B).

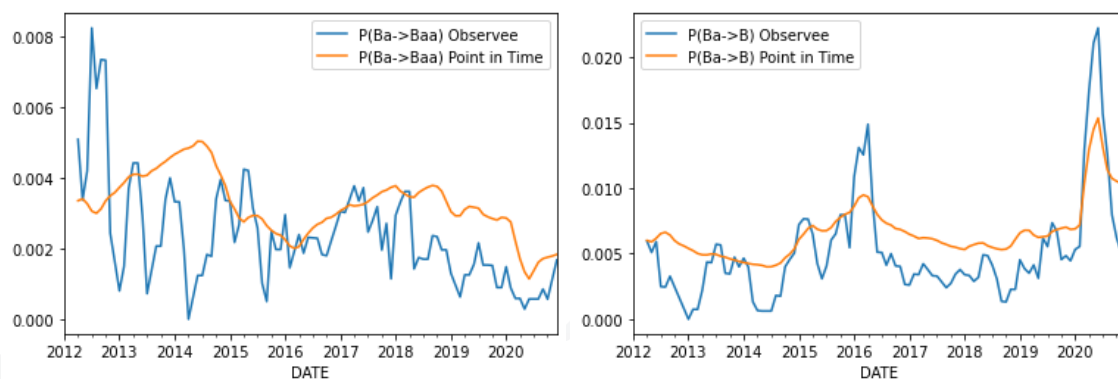


Figure 3 Probabilités mensuelles d'upgrade Ba→Baa et de Downgrade de Ba→B entre 2012 et 2020

On remarque que cette approche de validation ne permet pas de capter suffisamment l'ampleur réelle des crises, à savoir celle en début de 2016 (krach des marchés asiatiques) et la crise économique liée au covid-19. Ceci peut être principalement expliqué par une calibration des paramètres (ρ_i et X_t) sur des cycles économiques lointains qui diffèrent de la situation économique pendant laquelle ces deux crises ont eu lieu. Il serait plus rigoureux de calibrer le modèle en utilisant les données les plus récentes possibles. Nous implémentons alors une deuxième approche de validation : notre modèle est recalibré chaque année, pour prédire les probabilités mensuelles de l'année à venir.

Validation avec fenêtre glissante

Cette approche consiste à re-calibrer les paramètres du modèle chaque année afin de prendre en compte les données les plus récentes pour nos prédictions. En outre, à partir de l'année 2012, pour estimer les probabilités de migration sur l'année n , le modèle est calibré à l'aide des données

observées jusqu'à l'année $n - 1$. On compare sur les figures 4 et 5, la dynamique des probabilités de migration PIT et des migrations observées pour la transition d'upgrade (Ba vers Baa) et les transitions de downgrade (Ba vers B et B vers C).

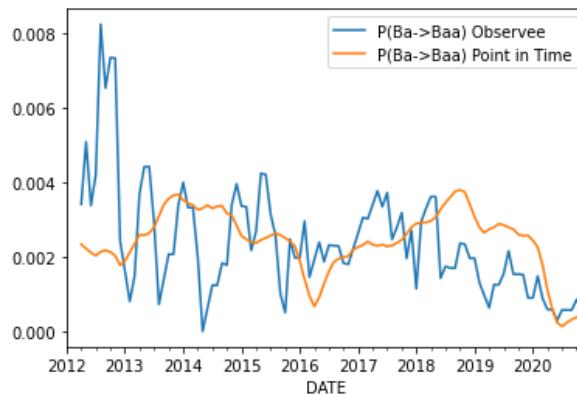


Figure 4 Probabilités mensuelles d'upgrade de Ba→Baa et entre 2012 et 2020 estimées avec approche glissante

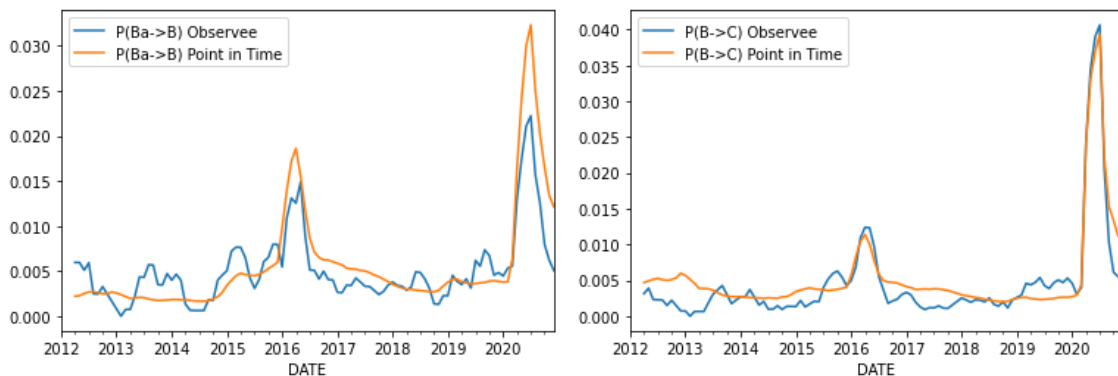


Figure 5 Probabilités mensuelles de Downgrade de Ba→B et de B vers C entre 2012 et 2020 estimées avec approche glissante

En observant ces trois figures et en admettant que certaines fluctuations ne sont pas prévisibles, comme justifié précédemment (sont issues du bruit), on peut noter que la courbe des prédictions suit l'allure générale de celle des observations. Les migrations de ratings sont donc bien sensibles au cycle économique. On calcule un M_1 de 0.49 sur l'ensemble des données, de 0.27 sur les données de downgrade (inférieur à 0.1 en période de crises telles que Novembre 2015-mai 2016 et à partir de mars 2020) et de 0.68 sur les données d'upgrades. En analysant la Figure 5, on peut observer les capacités du modèle à correctement capturer l'impact des deux crises (2016 et 2020) sur la dégradation des ratings (downgrade). Cependant, le modèle a davantage de difficultés à estimer la dynamique des upgrades comme le montre la Figure 4. En effet, la dynamique d'amélioration des ratings est en grande partie expliquée par le risque idiosyncratique qui n'est pas capturé par notre modèle. Les transitions de downgrades sont elles, davantage corrélées aux cycles économiques et donc au facteur systémique. Les prédictions sont donc de meilleure qualité. La Figure 5 met en valeur les capacités du modèle à estimer la probabilité de défaut (downgrade de B à C) notamment durant les périodes de stress durant lesquelles cette transition, est très corrélée au cycle économique.

On conclut que le modèle structurel avec régression linéaire permet de bien estimer la dynamique des downgrades et du défaut à partir du facteur systémique, mais performe moins bien sur les transitions d'upgrades fortement corrélées au risque idiosyncratique.

Cependant, cette modélisation est très sensible aux choix des facteurs macro-économiques, présentés dans la section 2.5.1. Afin d'éviter ce biais de sélection, une deuxième approche est proposée. Elle

consiste à projeter le facteur systémique indépendamment des variables économiques via un modèle de type ARIMA.

2.6 Modélisation ARIMA dans un modèle structurel

Dans cette partie, nous mettons en place un modèle univarié de série temporelle ARIMA permettant de projeter le facteur systémique calibré à partir de l'historique de sa trajectoire.

2.6.1 Calibration du modèle

Comme indiqué dans la section 1.4, le processus étudié à l'aide du modèle ARIMA doit être stationnaire, ce qui n'est pas forcément le cas du facteur systémique. Pour résoudre ce problème, on va différencier le processus deux fois. On présente sur la figure 6 (resp. Figure 7) les évolutions de la moyenne et de l'écart type mobiles du processus initial et celles du processus différencié deux fois.

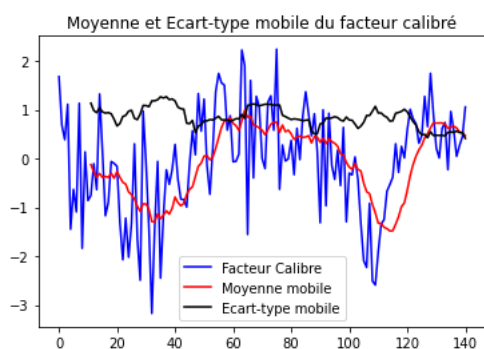


Figure 6 Évolution de la moyenne mobile et de l'écart type mobile (12 mois) du processus calibré au cours du temps

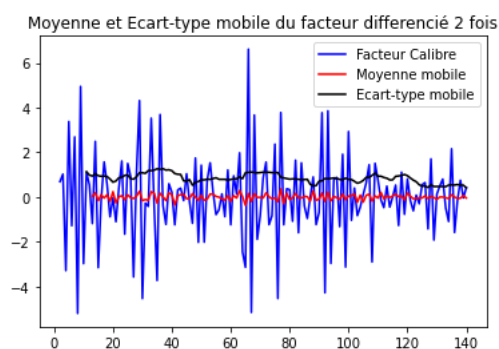


Figure 7 Évolution de la moyenne mobile et de l'écart type mobile (12 mois) du processus différencié deux fois

On remarque graphiquement que l'hypothèse d'un processus faiblement stationnaire est raisonnable après $d=2$ différenciations. Plus judicieusement, le test statistique KPSS permet de valider l'hypothèse de stationnarité du processus différencié deux fois. On effectue, on valide avec un niveau de confiance de 0.05 l'hypothèse nulle du test qui suppose que la série est stationnaire.

Les deux autres paramètres, (q,p) de l'ARIMA, peuvent être déterminés graphiquement en traçant l'ACF³ et le PACF⁴ du processus différencié 2 fois. Comme pour le modèle structurel avec régression, nous re-calibrons entre 2012 et 2020, les paramètres chaque année, dans l'objectif de prédire les migrations de l'année suivante. En minimisant l'AIC du modèle, nous estimons les paramètres α_i et β_j en jeu dans l'équation 5 et obtenons finalement 9 modèles ARIMA(8,2,2).

2.6.2 Estimation des probabilités de migration Point in Time sur les données de validation (2012 - 2020)

La Figure 8 (resp. 9) présente les trajectoires des probabilités d'upgrade de B vers Ba (resp. de downgrade de Ba vers B et de B vers C) estimées avec la modélisation ARIMA.

On observe graphiquement sur la Figure 9, que cette modélisation autoregressive, dépendant uniquement des fluctuations passées et de la moyenne mobile du processus, fournit des estimations correctes des probabilités downgrade sur la période 2012-2019. La crise de 2016, découlant du krach boursier chinois, est notamment bien captée. Toutefois, cette approche ne permet pas de détecter et d'anticiper la vague de dégradation des notes causée par la crise du covid début 2020. En effet, la modélisation ARIMA détecte les signes préliminaires d'une crise à travers les fluctuations qui

3. L'ACF est la fonction d'auto-corrélation (pour trouver q) qui nous donne les valeurs d'auto-corrélation de toute série avec ses valeurs décalées.

4. Le PACF est la fonction d'auto-corrélation partielle (pour trouver p) qui cherche une corrélation des résidus.

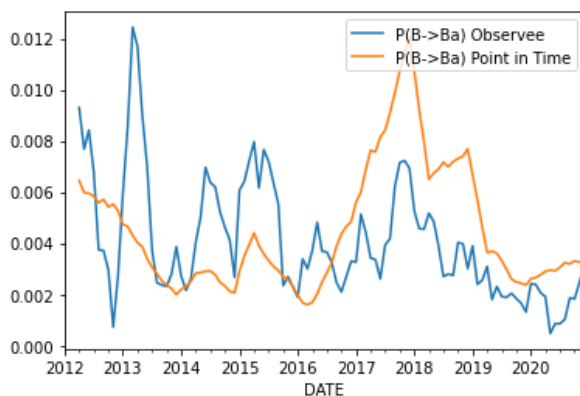


Figure 8 Probabilités mensuelles d'upgrade de B→Ba entre 2012 et 2020 estimées par la modélisation ARIMA

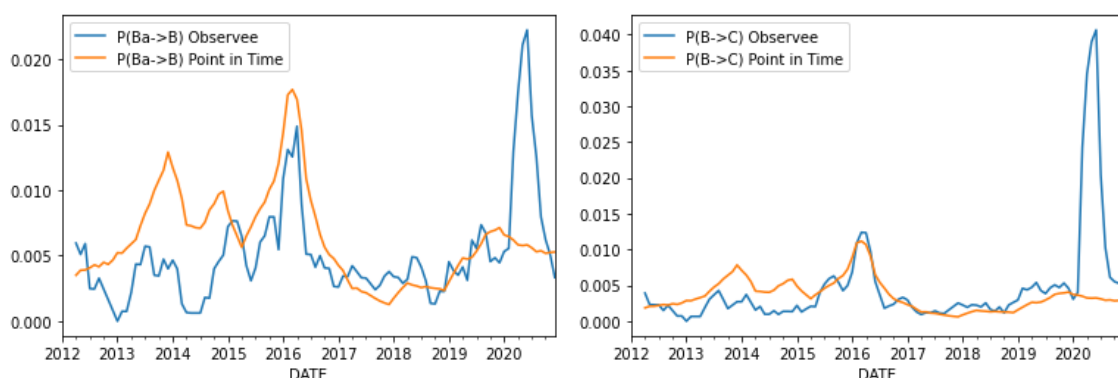


Figure 9 Probabilités mensuelles de Downgrade de Ba→B et de B→C entre 2012 et 2020 estimées par la modélisation ARIMA

précèdent la période de stress. Le modèle prédit alors les futures variations du processus à partir de son historique, c'est-à-dire à partir de comportements semblables ayant eu lieu dans l'intervalle $[t - p, t]$ (p l'ordre de la composante auto-régressive du modèle). La crise sanitaire fut une crise très sévère, sèche et surtout sans aucun signes ou comportements préliminaires évocateurs. Cette pandémie a fait chuter tous les indicateurs économiques brusquement et ne ressemble à aucune autre période couverte par les données de calibration. Il n'est donc pas surprenant que ce modèle ne parvienne presque pas à détecter un tel changement.

On peut tout de même remarquer que ce modèle est assez respectueux de l'allure des trajectoires d'upgrades. Nos propos sont illustrés par les trajectoires de la transition B vers Ba en Figure 8. Le modèle structurel avec régression linéaire était une estimation très lissée de la trajectoire de probabilité d'upgrade et parvenait difficilement à capturer les fluctuations. Or les fluctuations sur les transitions d'upgrades sont en grande partie dues au risque idiosyncratique. En conséquent, on peut estimer que la calibration auto-régressive parvient à mieux capter la partie du risque idiosyncratique que le modèle utilisant des facteurs macro-économiques. Les phases précédant ou suivant les crises de longue durée sont également correctement estimées.

Les valeurs de la métrique M_1 des deux modèles étudiés calculées sur différents échantillons entre 2012 et 2020 sont récapitulées en Table 9 et confirment nos propos. Le modèle structurel avec régression est bien plus performant que le modèle structurel avec projection ARIMA pour les downgrades mais moins pour les probabilités upgrades. De plus, le modèle avec régression, utilisant des facteurs macro-économiques, est davantage sensible au cycle économique et performe donc mieux en période crise.

Données prises en compte	Régression multiple	ARIMA
Ensemble des données	0.49	0.81
Upgrades	0.69	0.63
Downgrades	0.27	0.93
Défauts	0.16	0.29
Périodes de crises	0.08	0.58

Table 9 Tableau récapitulatif de la métrique $M1$ des deux modèles étudiés calculée entre 2012 et 2020 sur différents échantillons

3 Conclusion

L'objectif principal de cette note a été d'estimer les probabilités de transition de rating Point-in-time à partir de deux approches alternatives où les transitions sont modélisées par un modèle structurel avec facteur systémique. Ces dernières supposent que la dynamique des notations financières est liée au cycle économique à travers la trajectoire d'un facteur systémique. Le premier modèle utilise directement des variables macro-économiques pour établir ce lien alors que le second tente de capturer la corrélation avec le risque systémique à partir des fluctuations passées.

Dans un premier temps, nous avons présenté le cadre général des modèles dits structurels qui supposent que les transitions de notes sont gouvernées par un processus sous-jacent qui dépasse des barrières soigneusement calibrées. Le facteur systémique a été calibré par maximum de vraisemblance, à partir de l'historique des données de notations Moody's. Deux approches de projection de ce facteur sont étudiées : un modèle de régression linéaire multiple qui permet d'expliquer et de projeter ce facteur à partir de variables macro-économiques et financières pré-identifiées, et un deuxième modèle de série temporelle ARIMA. Chacune des deux approches proposées fournit des estimateurs plus ou moins performants selon la nature de la transition et les circonstances économiques. La première approche fournit des estimateurs de probabilité de dégradation de rating PIT performants lors des périodes de crises, notamment celle liée au covid-19. Néanmoins, la faible corrélation des upgrades au risque systémique ne permet pas de capter précisément ces variations. Une calibration séparée du facteur systémique pour des transitions d'upgrades et de downgrades permettrait probablement d'améliorer les performances de ce modèle. La modélisation auto-régressive, quant à elle, détecte mieux les améliorations de rating et la dynamique des transitions en période de crise progressive. Néanmoins, cette approche parvient difficilement à capter des changements brutaux et de nature nouvelle.

Fusionner les deux modèles représenterait une piste sérieuse pour améliorer les résultats trouvés. Nous laissons cette problématique pour de futures recherches.

Références

- Adhikari, R. and R. K. Agrawal (2013). An introductory study on time series modeling and forecasting. *arXiv preprint arXiv :1302.6613*.
- Altman, E. I. (2002). Revisiting credit scoring models in a basel 2 environment.
- Andrew Yeh, J. T. and M. Frith (2005). *Basel II : A new capital framework*. Financial Stability Department.
- Carty, L. V. (1997). Moody's rating migration and credit quality correlation, 1920-1996. *Special Comment, Moody's Investors Service, New York*.
- Carty, L. V. and J. S. Fons (1994). Measuring changes in corporate credit quality. *The Journal of Fixed Income* 4(1), 27-41.
- Cousin, A. and M. R. Kheliouen (2016). A comparative study on the estimation of factor migration models.
- Degos, J.-G. and O. B. Hmiden (2015). Le rôle et le pouvoir des agences de notation ont-ils changé au fil des accords de bâte i, bâte ii et bâte iii? *Revue d'économie financière* (4), 239-254.
- Feng, D., C. Gouriéroux, and J. Jasiak (2008). The ordered qualitative model for credit rating transitions. *Journal of Empirical Finance* 15(1), 111-130.
- finance pour tous, L. (2011). Quel rôle ont joué les agences de notation dans la crise des subprimes? <https://www.economie.gouv.fr/>.
- Gagliardini, P. and C. Gouriéroux (2005). Stochastic migration models with application to corporate risk. *Journal of Financial Econometrics* 3(2), 188-226.
- Gouriéroux, C. and A. Tiomo (2007). *Risque de crédit : une approche avancée*. paris.
- Miu, P. and B. Ozdemir (2008). Stress-testing probability of default and migration rate with respect to basel ii requirements. *Available at SSRN 1365842*.
- Nickell, P., W. Perraudin, and S. Varotto (2000). Stability of rating transitions. *Journal of Banking & Finance* 24(1-2), 203-227.
- Vasicek, O. A. (1987). *Probability of loss on loan portfolio*. KMV.
- Yang, B. H. and Z. Du (2015). Stress testing and modeling of rating migration under the vasicek model framework-empirical approaches and technical implementation.

Nexialog Consulting est un cabinet de conseil spécialisé en Banque et en Assurance. Organisés autour de 3 domaines d'activité - Risques Bancaires, Financiers & Assurantiels - nous intervenons au sein des équipes métiers afin de les accompagner depuis le cadrage jusqu'à la mise en œuvre de leurs projets. Associant innovation et expertise, le savoir-faire de notre cabinet a permis de consolider notre positionnement sur ce segment et de bénéficier d'une croissance forte et régulière.

Les besoins de nos clients étant en constante évolution, nous nous adaptons continuellement pour proposer le meilleur accompagnement. Le département R&D de Nexialog Consulting se donne pour objectif de proposer des solutions innovantes à des problématiques métier ou d'actualité. Pour cela, nous nous appuyons sur des bibliothèques internes et sur le travail de nos consultants. Le pôle R&D Nexialog a également pour mission de former les collaborateurs sur l'évolution des techniques et la réglementation en lien avec leur activité.

Site web du cabinet : <https://www.nexialog.com>

Publications : <https://www.nexialog.com/publications-nexialog/>

Contacts

Ali BEHBAHANI
Associé, Fondateur
Tél : + 33 (0) 1 44 73 86 78
Email : abehbahani@nexialog.com

Christelle BONDOUX
Associée, Directrice commerciale
Tél : + 33 (0) 1 44 73 75 67
Email : cbondoux@nexialog.com

Adrien MISKO
Manager R&D
Email : amisko@nexialog.com